



Baština Akademije nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine

Temeljni nosači na homogenom i izotropnom tlu

Krsmanović, Dušan

1965.

Akademija nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine

<https://bastina.anubih.ba/items/cc9cc90a-31df-4dff-b987-3808d5fd49bb>

Preuzeto s Baštine Akademije nauka i umjetnosti Bosne i Hercegovine

<https://bastina.anubih.ba/>

NAUČNO DRUŠTVO SR BOSNE I HERCEGOVINE

DJELA

KNJIGA XXI

ODJELJENJE PRIVREDNO-TEHNIČKIH NAUKA

KNJIGA 5.

Dušan Krsmanović

TEMELJNI NOSAČI NA HOMOGENOM
I IZOTROPNOM TLU

SARAJEVO

1965

NAUČNO DRUŠTVO SR BOSNE I HERCEGOVINE

DJELA

KNJIGA XXI

ODJELJENJE PRIVREDNO-TEHNIČKIH NAUKA

KNJIGA 5.

Dušan Krsmanović

TEMELJNI NOSAČI NA HOMOGENOM I IZOTROPNOM TLU

Uređnik

EDHEM ČAMO,

redovni član Naučnog društva SR BiH



SARAJEVO

1965

SOCIÉTÉ SAVANTE DE LA R.S. DE BOSNIE-HERZÉGOVINE

MONOGRAPHIES

TOME XXI

SECTION DES SCIENCES ÉCONOMIQUES ET TECHNIQUES

LIVRE 5.

Dušan Krsmanović

POUTRES DE FONDATION REPOSANT SUR LE SOL HOMOGÈNE ET ISOTROPE

Rédacteur

EDHEM ČAMO,

membre actif de la Société savante de la R. S. Bosnie-Herzégovine

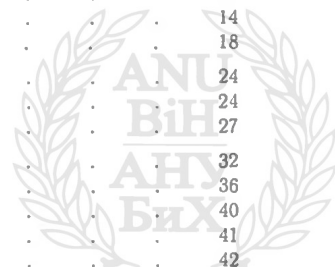


SARAJEVO

1965

S A D R Ž A J

O z n a k e	Strana
	5
<i>PRVI DEO</i>	
1. ISTORIЈAT RAZVOЈA PROBLEMA	7
2. POSTAVLЈANJE PROBLEMA	10
<i>DRUGI DEO</i>	
1. TEMELЈI SAMCI	14
Proračun raspodele pritisaka	14
Proračun stvarnih momenata savijanja	18
2. TEMELЈNI NOSAČI ISPOD DVA STUBA	24
Proračun stvarnih momenata savijanja	24
Izbor vrednosti K , r i k	27
3. KONTINUALNI NOSAČI	32
Metoda proračuna kontinualnih temelјnih nosača	36
Uslovi jednakih sleganja oslonaca	40
Uticaj pojedinih parametara na veličine momenata $M_s^{t,d}$	41
a) Uticaj promena krutosti, t	42
b) Uticaj promena modula deformacija tla, E_s	45
c) Uticaj promena raspona konzola	49
Primena metoda proračuna kontinualnih temelјnih nosača pomoću koeficijenata α i β	51
Tačnost izložene metode proračuna koeficijentima α i β	52
Nedostaci i prednosti predložene metode	54
<i>TREĆI DEO</i>	
PRIMERI ZA PRIMENU DATIH DIЈAGRAMA	55
a) Sleganje tla ispod temelјnog nosača	56
b) Elastična linija temelјnog nosača	57
c) Postavlјanje i rešavanje sistema jednačina	57
<i>ČETVRTI DEO</i>	
OBJAŠNЈENЈA UZ DIЈAGRAME ZA PRORAČUN TEMELЈNIH NOSAČA OSLONJENIH NA HOMOGENO I IZOTROPNO TLO	64
1. Proračun momenata savijanja za temelјne nosače samce	64
2. Temelјni nosači ispod dva stuba sa propustima	65
3. Kontinualni temelјni nosači	66
Summary	67
Prilozi	71

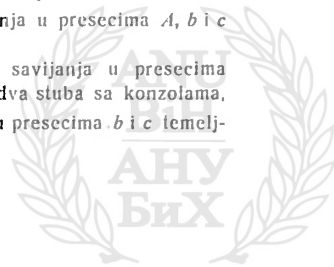


O Z N A K E

<i>Širina nosača:</i>	B	— širina temeljnog nosača ili temeljne konstrukcije,	
<i>Moduli deformacija :</i>	E_b	— modul deformacija betona,	
	E_s	— modul deformacija t_1 ,	
<i>Momenti inercije:</i>	I^k	— momenat inercije gornje konstrukcije,	
	I^t	— momenat inercije temeljne konstrukcije,	
	I	— momenat inercije konstrukcije,	
<i>Dužine nosača:</i>	l, l', l'', l'''	— raspon jednog polja temeljne konstrukcije,	
	l_l	— raspon konzola temeljne konstrukcije.	
	L	— dužina temelja ili temeljne konstrukcije,	
<i>Momenti savijanja:</i>	M^k	— momenat savijanja gornjeg dela konstrukcije,	
	M^t	— momenat savijanja temeljne konstrukcije,	
	M	— momenat savijanja konstrukcije,	
	M_{pr}^k	— momenat savijanja u gornjoj konstrukciji za pravolinijsku raspodelu pritisaka,	
	M_{pr}^t	— momenat savijanja temeljne konstrukcije za pravolinijsku raspodelu pritisaka,	
	M_s^k	— stvarni momenat savijanja u gornjoj konstrukciji za stvarnu raspodelu pritisaka,	
	M_s^t	— stvarni momenat savijanja u temeljnoj konstrukciji za stvarnu raspodelu pritisaka,	
	$M_s^{t,d}$	— stvarni dodatni momenti savijanja u temeljnoj konstrukciji za različita međusobna sleganja oslonaca,	
	$M^{t,o}$	— momenti savijanja temeljne konstrukcije za međusobna jednaka sleganja oslonaca,	
	$M_{A,s}^t, M_{B,s}^t, M_{C,s}^t$	— stvarni momenti savijanja temeljne konstrukcije ispod oslonaca A, B i C ,	
	$M_{A,pr}^t, M_{B,pr}^t, M_{C,pr}^t$	— momenti savijanja temeljne konstrukcije ispod oslonaca A, B i C za pravolinijsku raspodelu,	
	$M_{B,s}^{t,d}, M_{C,s}^{t,d}, M_{D,s}^{t,d}$	— stvarni dodatni momenti savijanja temeljne konstrukcije ispod oslonaca B, C i D ,	
	<i>Raspodele pritisaka i njihovi intenziteti:</i>	p_{pr}	— pravolinijska raspodela pritisaka,
		p_s	— stvarna raspodela pritisaka,
		$p_s^{1,0}$	— stvarna raspodela pritisaka za jedinično opterećenje,
p_A, p_B		— intenzitet raspodele pritiska ispod oslonaca A i B ,	
$p_1^{1,0}, p_2^{1,0}, p_3^{1,0}$		— stvarne jedinične raspodele pritisaka za pojedine osnovne sisteme kontinualnih nosača,	
<i>Površine momenata savijanja:</i>	P_{pr}	— površina momenata savijanja za pravolinijsku raspodelu,	
	P_s	— površina momenata savijanja za stvarnu raspodelu,	



- $P_s^{1,0}$ — površina momenata savijanja za jedinično opterećenje i za stvarnu raspodelu,
- $P^{l,d}$ — površina dodatnih momenata savijanja,
- $P^{l,0}$ — površina momenata savijanja kad se oslonci sležu podjednako,
- Reakcije raspodele pritiska:** R_A, R_B, R_C — reakcije na osloncima A, B i C kontinualnog nosača opterećenog raspodelom pritiska kad se oslonci jednako ne sležu,
- R'_A, R'_B, R'_C — reakcije na osloncima A, B i C kontinualnog nosača kad se oslonci jednako sležu,
- $\Delta A, \Delta B$ — sile Δ koje izazivaju dodatne momente u slučaju kontinualnih nosača
- Sleganja:** s_A, s_B, s_C — sleganja oslonaca A, B i C ,
- $s_A^{1,0}, s_B^{1,0}, s_C^{1,0}$ — sleganja oslonaca A, B i C za jedinična opterećenja,
- $s_{A,1}^{1,0}, s_{B,1}^{1,0}, s_{C,1}^{1,0}, s_{A,2}^{1,0}, s_{B,2}^{1,0}, s_{C,2}^{1,0}, s_{A,3}^{1,0}$ itd. — sleganja ispod oslonaca A, B i C za jedinična opterećenja i za osnovne sisteme kontinualnog temeljnog nosača,
- $s_{A,1}, s_{B,1}, s_{C,1}, s_{A,2}$ itd. — sleganja oslonaca A, B i C za osnovne sisteme kontinualnog nosača,
- Sistem delova konstrukcije:** S^k, S^l — sistem gornjeg, odnosno donjeg — temeljnog — dela konstrukcije,
- Opterećenja:** q — podeljeno opterećenje,
- S_A, S_B, S_C, S_D — sile na osloncima A, B, C i D od gornje konstrukcije,
- $S_A^{1,0}, S_B^{1,0}, S_C^{1,0}$ — jedinične sile na osloncima A, B i C ,
- Nepoznate veličine intenziteta raspodele:** $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, X_1', X_2', X_3', \dots, X_n'$ — nepoznati intenziteti raspodele pritiska na pojedinim lamelama,
- Koeficijenti za proračun momenata savijanja:** $\alpha_A, \alpha_b, \alpha_c$ — koeficijenti za proračun momenata savijanja u presećima A, b i c temelja samaca,
- $\beta_A, \beta_b, \beta_c$ i β_d — koeficijenti za proračun momenata savijanja u presećima A, b, c i d temeljnog nosača ispod dva stuba sa konzolama,
- β_b', β_c' — koeficijenti za proračun momenata savijanja u presećima b i c temeljnog nosača ispod dva stuba, a bez konzola.



PRVI DEO

1. ISTORIJAT RAZVOJA PROBLEMA*

Pojave oštećenja koje su zapažene na građevinskim objektima fundiranim na stišljivim vrstama tla svojevremeno su izazvale potrebu da se njihovi uzroci detaljnije analiziraju i prouče.

Jedna kontinualna konstrukcija (sistem S^k) koja je putem temelja samaca oslonjena na stišljivo jednorodno tlo obično se nejednako sleže, zavisno od načina opterećenja konstrukcije i tla. Nejednaka sleganja, međutim, izazivaju promene naprezanja u pojedinim elementima kontinualne konstrukcije. Ako je ta konstrukcija fundirana ne na temeljima samcima, nego na kontinualnim temeljnim trakama (sistem S'), onda će se nepovoljan efekat nejednakih sleganja preneti ne samo na sistem gornje konstrukcije S^k nego i na temeljnu konstrukciju S' (slika 1).

Promene naprezanja u samoj statički neodređenoj konstrukciji zavisice — u jednom određenom slučaju opterećenja — pored načina fundiranja, još i od intenziteta stišljivosti tla (okarakterisanog modulom deformacija E_s) i od sposobnosti konstrukcije da do izvesne mere prati ta nejednaka sleganja (uticaj krutosti gornje i temeljne konstrukcije izražen momentima inercije I^k i I').

Ovi uticaji stišljivosti tla i krutosti konstrukcije, koji izazivaju promene u naprezanjima i deformacijama konstrukcija, uglavnom nisu ranije uzimani u obzir, s jedne strane, zbog komplikovanosti proračuna, a s druge strane, i zbog postojanja jedne vrlo proste, ali i vrlo netačne metode (pravolinijska raspodela pritisaka na kontaktnoj površini temelja i tla) koja zanemaruje uticaj različitog reda veličine modula deformacija tla i temeljne konstrukcije. Ta metoda računanja zadržala se u praksi i do danas, pošto su sve druge metode — za tačnije određivanje raspodele pritisaka na kontaktnoj površini temelj-tlo — znatno komplikovanije.

Prvi pokušaji da se uzmu u obzir stišljivost tla i krutost konstrukcije objekta činjeni su još u drugoj polovini prošlog veka (Vinklerova metoda, 1867, a kasnije Vinkler-Švedlerova metoda, 1881), kada je tlo karakterisano kao poluprostor u kome se prilikom opterećavanja pritisci prenose samo na deo poluprostora koji je opterećen i čije su deformacije (sleganja) proporcionalne pritiscima (zanemareno bočno trenje i povećavanje površine na koju se pritisci prenose u poluprostoru).

Tako su u dugom nizu godina problematiku temeljnih nosača oslonjenih na elastičnu podlogu tretirali, pored ostalih, H. Cimerman, 1888; O. K. Frelih, 1912;

* Ovaj rad je izraden uz finansijsku pomoć Centra za unapređenje građevinarstva, Beograd a saopšten na IX savetovanju Jugoslovenskog društva za mehaniku tla i fundiranje, održanom u Beogradu, januara 1963. god.

K. Hajaši, 1921; N. P. Puzirevskij, 1923; P. Pasternak, 1926; A. N. Krilov, 1930, i E. P. Popov, 1950¹⁾). Isto tako, obrađivan je i problem oslanjanja temeljnih ploča; Leve, 1923²⁾; F. Šljaher, 1926. Rad po ovoj metodi uveden je bio delimično i u praksu, s obzirom na činjenicu da se u praksi nisu javljale veće teškoće.

Na ovoj pretpostavci razni autori razradili su teoriju oslanjanja konstrukcija na elastičnu podlogu (Hetenyi, 1946³⁾), uzimajući pri tom kao konstantu materijala koeficijent posteljice (koeficijent krutosti).

Međutim, po prilici u drugoj dekadi ovog veka, uvidelo se (još od ranije konstatovano je da koeficijent posteljice nije konstanta materijala; E. Engeser, 1893) da ovakve pretpostavke o osobinama i načinu prenošenja i rasprostiranja pritisaka u poluprostoru ne odgovaraju osobinama tla, te da prema tome nisu ni realne.

1925. godine profesor K. Terzaghi⁴⁾ objavljuje i izdaje prvu „Mehaniku tla“ i njome postavlja temelje savremenom načinu tretiranja tla kao materijala koji može da se okarakteriše izvesnim konstantama i da se tretira na analogan način kao i ostali konstruktivni materijali.

Odmah posle toga je putem eksperimentalnih ispitivanja utvrđeno da se u nekim slučajevima i u izvesnim vrstama tla pritisci rasprostiru analogno rasprostiranju pritisaka u homogenom i izotropnom prostoru (Kegler i Šajdig, 1927, 1929⁵⁾); O. Faber, 1933⁶⁾; Kegler i Šajdig, 1938⁷⁾).

U vezi sa tim razni autori pristupaju razradi osnovnih pretpostavki u problematici oslanjanja temeljnih nosača i ploča na homogeni i izotropni poluprostor uzimajući kao polaznu osnovu rešenje problema opterećenja poluprostora koncentrisanom silom (Businesskov problem). Tako Šajher (1926⁸⁾) razraduje problematiku proračuna sleganja temelja oslonjenog na homogen i izotropan poluprostor. Isto tako, tretira se i problem oslanjanja temelja na heterogen i anizotropan poluprostor; K. Bajsman, 1932⁹⁾; O. K. Fröhlich, 1934¹⁰⁾; K. Volf, 1935¹¹⁾).

Izvesni autori pokušavaju da daju opšte rešenje problema, ali uspevaju da teoretski reše samo neke jednostavne slučajeve, jer nailaze na vrlo velike teškoće matematičke prirode prilikom postavljanja opšte teorije.

Zbog tih teškoća do danas je uspešno — strogo matematički — rešeno svega nekoliko jednostavnih slučajeva (okrugla temeljna ploča opterećena jednako pode-

¹⁾ E. P. Popov, 1950 — Successive Approximation for Beams on an Elastic Foundation. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. Vol. 76. Sep., № 18, May, 1950. Structural Division.

²⁾ Lewe, Dr., 1923 — Platten rechteckiger Grundrissstellung auf nachgiebiger Unterlage. Bauingenieur, 1923, H. 15.

³⁾ M. Hetenyi, 1946 — Beams on Elastic Foundation. University of Michigan Press, 1946.

⁴⁾ K. Terzaghi, 1925 — Erdbaumechanik. Leipzig, 1925.

⁵⁾ F. Kögler und A. Scheidig, 1927. i 1929 — Druckverteilung im Baugrunde. Bau-technik, Berlin, 1927—1929.

⁶⁾ O. Faber, 1933 — Pressure Distribution under Bases and Stability of Foundations Struc. Eng., 1933.

⁷⁾ F. Kögler und Scheidig, A., 1938 — Baugrund und Bauwerk. W. Ernst und Sohn, Berlin, 1938.

⁸⁾ Schleicher, F., 1926 — Zur Theorie des Baugrundes. Bauingenieur, 1926.

⁹⁾ Buisman, K., 1932 — Drukverdeeling in bouwgrond in verband met ongelijke samendrukbaarheid in horizontale en verticale richting. De Ing. 47 Bouw — en Waterbouwkunde, 1932.

¹⁰⁾ Fröhlich, O. K., 1934 — Druckverteilung im Baugrunde. J. Springer, Berlin, 1934.

¹¹⁾ Wolf, K., 1935 — Ausbreitung der Kraft in der Halbebene und im Halbraum bei anisotropen Material. Zeitschrift angew. Math., 1935.

ljenim opterećenjem, H. Borovika, 1936¹²⁾); beskonačni temeljni nosač opterećen kon-
centrisanom silom, M. A. Bio, 1937¹³⁾); pločasta traka opterećena jednako podjeljenim
opterećenjem, H. Borovika, 1938¹⁴⁾).

U vremenu posle drugog svetskog rata pošlo se u razradi ove problematike
u dva smera.

Pošto se odustalo od čisto matematičkih rešenja za dobijanje linija, odnosno
površina raspodele pritiska, prešlo se putem raznih metoda proračuna na postavljanje
uslova izjednačavanja deformacija tla i temeljnih konstrukcija u nizu tačaka, budući
da se smatralo da se ako se deformacije ovih elemenata podudaraju u nizu tačaka
one podudaraju i u celini.

Tim metodama rada, uz zadržavanje ranije navedene pretpostavke o osobi-
nama poluprostora kao homogenog i izotropnog, razradeni su delom načini prora-
čuna pri čemu su uzete u obzir stišljivost tla i krutost konstrukcije, ali samo u
pojedinačnim slučajevima opterećenja i za pojedine vrste temeljnih konstrukcija
(B. N. Žemočkin i A. P. Sinicin, 1947¹⁵⁾); E. E. De Ber, 1948¹⁶⁾); E. E. De Ber i
D. Krsmanović, 1951¹⁷⁾); I. Sovinc, 1954¹⁸⁾ i 1955¹⁹⁾); H. Grashof, 1955²⁰⁾); D. Krsma-
nović, 1955²¹⁾); E. E. De Ber, E. Lusberg, Van Bevern, 1956²²⁾); E. E. De Ber, 1957²³⁾);
E. Lusberg, 1957²⁴⁾); M. I. Gorbunov-Posadov, 1957²⁵⁾); D. Krsmanović, 1957²⁶⁾ i 1958²⁷⁾).

¹²⁾ Borowicka, H., 1936 — Influence of Rigidity of a Cirkular Foundation Slab on the
Distribution of Pressure over the Contact Surface. Proc. Intern. Conf. Soil Mech. Cambridge, Mass. Vol. 2.

¹³⁾ Biot, M. A., 1937 — Bending of an Infinite Beam on a Elastic Foundation. Journ.
Applied Mechanics, Vol. 59 or Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.

¹⁴⁾ Borowicka, H., 1938 — The Distribution Pressure Under a Uniformly Loaded Elastic
Strip Resting on Elastic — Isotropic Ground. Second Congr. Intern. Assoc. Bridge and Structural Eng.,
Final Report, VI, 3, Berlin.

¹⁵⁾ Žemočkin B. N. — Sinicin A. P., 1947 — Praktičeskie metodi račota fundamentnih
balok i plit na uprugom osnovaniji bez gipotezi Winklera, 1947.

¹⁶⁾ De Beer, E. E., 1948 — Calcul de poutre reposant sur le sol. Coefficient de raideur
K du sol. Ann. Trav. Publ. Belgique, Juin, 1948.

¹⁷⁾ De Beer, E. E. et Krsmanović, D., 1951 — 1952 — Calcul de poutre reposant sur
le sol. Cas des charges uniformement reparties, des charges equidistantes et des charges excentrées.
Ann. Trav. Publ. Belgique, Dec. 1951. et Fevr. 1952.

¹⁸⁾ Sovinc, I., 1954 — Diagrams for the Approximate Design of Cirkular Footings Resting
on Elastic Ground. Proc. Yugoslav Soc. Soil. Mech. Found. Eng. Ljubljana, 1954.

¹⁹⁾ Sovinc, I., 1955 — Calculs of Contact Pressures, Displacements and Inclinations of
Centrally or Eccentrically Loaded Rectangular Shaped Footings. Proc. Yugoslav Soc. Soil. Mech.
Found. Eng. Ljubljana, 1955.

²⁰⁾ Grasshoff, H., 1955 — Setzungsberechnungen starrer Fundamente mit Hilfe des „kennze-
ichnenden Punktes“. Bauingenieur 30, 1955.

²¹⁾ Krsmanović, D., 1955 — Influence de la continuité et de la rigidité sur le calcul des
constructions et des poutres continues de fondation. Ann. Trav. Publ. Belgique, No. 5, 1955.

²²⁾ De Beer, E. E., Lousberg, E., Van Bevern, P., 1956 — Le calcul de poutre et
plaques appuyées sur le sol. Ann. Trav. Publ. Belgique, No. 2 et 3, 1956.

²³⁾ De Beer, E. E. 1957 — The Influence of the Width of a Foundation Raft on the Longitudinal
Distribution of the Soil Reactions. Proc. IV. Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng., London, Vol. I., 1957.

²⁴⁾ Lousberg, E., 1957 — Calculating of the Distribution of Soil Reactions Undeneath
Eccentrically Loaded Footings. Proc. IV. Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng., London, Vol. I., 1957.

²⁵⁾ Gorbunov-Posadov, M. I., 1957 — Rasčet konstrukcii na uprugom osnovanii.

²⁶⁾ Krsmanović, D., 1957 — Contribution to Computation of Rigid Structures Resting on
the Ground. Proc. IV. Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng., London, Vol. I., 1957.

²⁷⁾ Krsmanović, D., 1958 — Uticaj krutosti, kontinuiteta i diskontinuiteta na proračun
konstrukcija oslonjenih na elastično tlo. Naučno društvo SR Bosne i Hercegovine, Sarajevo, knjiga XI.
1958. Jugoslavija.

Od svih ovih navedenih radova najopsežniji je rad M. I. Gorbunov-Posadova, u kome je na široj osnovi obuhvaćeno oslanjanje konstrukcija na tlo te stvorene mogućnosti za iskorišćavanje tih rezultata i u praksi, i to za niz raznih vrsta temeljnih konstrukcija.

Istraživanja u drugom pravcu išla su za tim da se pronadu putevi i načini za matematička opšta rešenja problema, ali uz potpuno ili delimično napuštanje načina karakterisanja poluprostora koji su dotada bili usvojeni u teoriji elastičnosti.

Prvi način rešavanja problema, predložen i razraden od strane niza naučnika iz Sovjetskog Saveza, napušta karakteristike tla određene i date modulom deformacija i Poasonovim brojem, a usvaja po dve druge — ili, čak, i tri druge — konstante.

Jedna od tih konstanti obično je anologna koeficijentu krutosti (posteljice), dok druga pruža mogućnost da se uzme u obzir trenje u tlu, te se na taj način ovakvo postavljanje problema približava rezultatima koje daje i teorija elastičnosti u pogledu rasprostiranja opterećenja u poluprostoru (V. Z. Vlasov i N. N. Leontijev, 1956²⁸); P. L. Pasternak, 1956²⁹).

Drugi način, uz samo delimično odstupanje od teorije elastičnosti, detaljno je razradio za temeljne nosače M. Kani, odstupajući od teorije elastičnosti utoliko što su krive sleganja poluprostora pri jediničnom opterećenju zamenjene jednom eksperimentalnom funkcijom (M. Kani, 1959³⁰).

Rešavanje ove problematike do danas je toliko napredovalo da je na osnovu postignutih rezultata istraživanja omogućeno i uvođenje ovih metoda tretiranja problema i u praksu. Stoga se, npr., u neke novije propise pojedinih država uvodi obavezno uzimanje u račun krutosti konstrukcija i stišljivosti tla (Novi njemački propisi, DIN 4018; 4019 od 1959. godine³¹).

2. POSTAVLJANJE PROBLEMA

U oslanjanju građevinskih konstrukcija na tlo danas se obično polazi od pretpostavki:

- a) da je konstrukcija izrađena od homogenog, izotropnog i elastičnog materijala;
- b) da se poluprostor na koji se konstrukcija oslanja može da okarakterise modulom deformacija E_s i Poasonovim brojem μ . Pri tom ove veličine mogu biti konstantne ili ne. Prema tome, poluprostor se tretira ili kao homogen i izotropan ili kao heterogen i anizotropan.

Polaznjem od tih pretpostavki dolazi se do zaključka da u takvom tretiranju građevinskog objekta i poluprostora na koji je objekat oslonjen krutost konstrukcije objekta (izražena momentom inercije I) i stišljivost poluprostora (izražena vrednostima modula deformacija tla E_s i Poasonovim brojem μ) igraju vrlo važnu ulogu kako u pogledu deformacija, tako i u pogledu raspodele naprezanja u konstrukciji objekta kao celine. Prema tome, potrebno je uvek konstrukciju objekta i njegove temelje (sistemi S^2 i S^1 , Sl. 1.) tretirati zajedno sa poluprostorom (u ovom slučaju sa tlom) kao jednu jedinstvenu celinu.

²⁸) Vlasov, V. Z. i Leontijev, N. N., 1953 — Tehničeskaja teorija raščeta fundamentov na uprugom osnovanij. Sbornik trudov No. 14, MISI (Moskovskij Inženjerno-stroitel'nij Institut) Moskva, 1953.

²⁹) Pasternak, P. L., 1953 — Osnovi novogo metoda raščeta žostkih i gipkih fundamentov na uprugom osnovanij. Sbornik trudov No 14 MISI, Moskva, 1956.

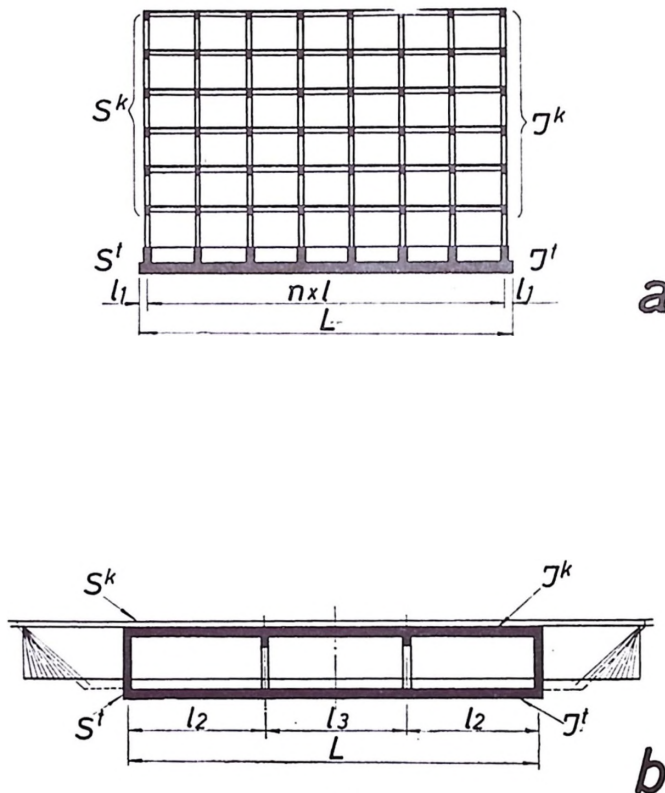
³⁰) Kany, M., 1959 — Berechnung von Flächengründungen. W. Ernst und Sohn, Berlin, 1959.

³¹) DIN 4018 und 4019, 1959. — Flachgründungen und Fundamentalsetzungen. W. Ernst und Sohn, Berlin, 1959.

Stoga će se u daljem tekstu pod nazivom konstrukcija podrazumevati konstrukcija objekta zajedno sa poluprostorom, a deo konstrukcije koji počiva na poluprostoru biće deljen (s obzirom na vrste konstrukcija koje su tretirane) na dva dela, i to na gornju konstrukciju (sistem S^k) i konstrukciju temelja, ili donju konstrukciju (sistem S^t).

Osim toga, biće tretirane samo izvesne vrste konstrukcija oslonjenih na homogen i izotropan poluprostor, tj. na poluprostor za koji se može pretpostaviti da su mu vrednosti E , i μ konstantne.

Kako je ranije navedeno, putem strogo matematičkih rešenja — uspešno je rešeno samo nekoliko najjednostavnijih slučajeva oslanjanja delova temeljnih konstruk-



Sl. 1.

Karakteristični sistemi ispitivanih konstrukcija:
 a) višespratna skeletna konstrukcija;
 b) mostovska konstrukcija

cija na homogen i izotropan poluprostor. Ostali komplikovaniji — i to pojedinačni — slučajevi rešavaju se dosada metodama koje ne daju strogo matematička rešenja. Medutim, tačnost proračuna po tim metodama zadovoljava i na stepen tačnosti može se uticati deljenjem konstrukcija temelja na manji ili veći broj lamela. Po jednoj takvoj metodi izvršeni su proračuni raznih konstrukcija temelja i objekata, čiji će rezultati biti ovde izloženi.

Svrha ovih istraživanja i studije je višestruka. S jedne strane, želelo se da se ukaže na potrebu tretiranja konstrukcije kao celine (zajedno konstrukcije objekta i poluprostora); želelo se, osim toga, da se što bolje prikaže uticaj krutosti konstrukcije objekta i stišljivosti poluprostora na naprezanja kako u konstrukciji objekta, tako i u poluprostoru. Na kraju, želja je bila i da se omogući primena ovih rezultata, do kojih se došlo i u samoj praksi, tj. da se bar u slučaju nekih vrsta konstrukcija izbegnu dugački proračuni i da se za primenu u praksi da neki jednostavan i brz način proračuna. Pri tom se nastojalo da se u prvom redu pruže mogućnosti za brzo dobijanje potrebnih statičkih veličina za proračun temeljnih nosača. Zbog tog nastojanja, da se što jednostavnijim putem dođe do veličina momenata savijanja i transversalnih sila, raspodele pritisaka i njihovi oblici nisu obrađivani. Smatralo se da je to samo jedna prelazna međufaza za dobijanje navedenih statičkih veličina, koja za konstruktora nije toliko interesantna. Treba, međutim, napomenuti da su statičke veličine za dimenzioniranje dobijene pošto su prethodno sračunate same raspodele pritisaka.

S druge strane, smatrano je da je potrebno da se ceo problem konstruisanja takvih temeljnih nosača osmotri i s ekonomske strane i da se onima koji bilo projektuju bilo izvode takve konstrukcije omogući da što bolje osete igre sila u konstrukcijama u slučaju promene pojedinih parametara kako poluprostora, tako i pojedinih elemenata temeljnih konstrukcija. Pošto se ta igra sila u slučaju statički neodređenih sistema gornjih konstrukcija, S^k , prenosi od temeljne konstrukcije i naviše, u samu gornju konstrukciju objekta, to će biti za izvesne vrste konstrukcija dati i prikazani računi njihovog proračuna i uslovi u kojima se sile iz donjih delova konstrukcija prenose u gornje, i obratno.

U Delu drugom ove studije prikazani su rezultati i razmatranja samo temeljnih konstrukcija i njihovih pojedinih elemenata (temelji samci, grede sa prepustima, kontinualni nosači), a kasnije će biti izneta razmatranja o nekim vrstama konstrukcija objekata, kao i o uticaju osobina poluprostora na konstrukciju objekta (kako na konstrukciju temelja, S' , tako i na gornju konstrukciju, S^k), i obratno*.

Ranije je objavljeno, fragmentarno, nekoliko posebnih publikacija o ovom problemu. U ovoj studiji nastojalo se da se sve poveže u jednu celinu i da se da jedan opštiji karakter tim celokupnim razmatranjima, a uz naročito vodenje računa o mogućnosti primene dobijenih rezultata u praksi.

Vrste ispitivanih konstrukcija, osnovne pretpostavke u tretiranju, kao i uslovi pod kojima su ispitivanja izvršena, mogu da se definišu kako sledi:

a) Predmet ispitivanja su konstrukcije temelja (temelji samci, grede sa prepustima i kontinualni nosači itd.) za koje je moguće usvojiti pretpostavku da promene u raspodeli pritisaka u poprečnom pravcu ne utiču na statičke veličine. To su, znači, temeljni sistemi, S' , čiji je odnos dužine i širine temelja jednak ili veći od 2, tj. temeljni nosači.

Dalje, predmet ispitivanja su i cele konstrukcije objekata, pri čemu je ispitivan uticaj poluprostora i temeljnih sistema S' i na sisteme gornje konstrukcije S^k .

b) Ispitivane su samo konstrukcije čija je krutost i sistema temelja, S' , i sistema gornje konstrukcije, S^k , konstantna po celoj dužini konstrukcije objekta (Sl. 1).

* Ova analiza uz uzimanje u obzir promena i u sistemu S^k nije ovde sadržana.

c) Pretpostavljeno je da su konstrukcije objekata izradene od betona, koji može da se smatra kao homogen, izotropan i elastičan materijal, te da prema tome imaju konstantan modul elastičnosti, E_b . Plastične osobine betona i njegova sposobnost prilagodavanja delovanju opterećenja nije uzeta u obzir.

d) Modul deformacija poluprostora, E_s , pretpostavljeno je da je konstantan. Konsolidacija poluprostora, pod opterećenjem koje proizvodi objekat, smatrano je da je već završena.

e) Pretpostavljeno je da konstrukcija na celoj kontaktnoj površini ima prislan kontakt sa poluprostorom (nema izdizanja jednog dela konstrukcije temelja iznad poluprostora). Osim toga da su razlike u deformacijama na površini poluprostora takvog reda veličine da je objekat u stanju da ih prati bez štetnih posledica.

f) U tretiranju konstrukcija objekata čiji su sistem S^i i sistem S^k povezani međusobno stubovima nije vođeno računa o ukleštenosti stubova u jednu ili drugu konstrukciju, pošto je smatrano da su krutosti stubova u većini slučajeva znatno manje od krutosti sistema S^i i S^k . Razlike u skraćenju stubova koji povezuju oba sistema S^i i S^k , a koje se javljaju zbog toga što materijal stubova nije podjednako naprezan, zanemarene su.

g) Tretirane su samo geometrijski i statički simetrične konstrukcije.

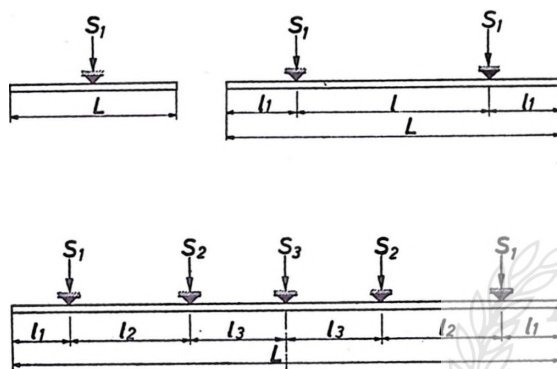
h) Pošto su, s obzirom na prirodu i dimenzije konstrukcija sistema S^i , u najvećem broju slučajeva za dimensioniranje i proračun merodavne — kao statičke veličine — samo veličine momenata savijanja, to su se razmatranja ograničila samo na iznalaženje tih statičkih veličina, pošto se smatralo da se u slučajevima gde je to potrebno veličine poprečnih sila mogu sa dovoljno tačnosti odrediti pomoću linije momenata savijanja.

U razmatranju sistema temeljnih konstrukcija nosača polazilo se uvek od jednostavnijih elemenata prema komplikovanim. Stoga je usvojen redosled izlaganja kako sledi:

Temelji samci;

Temeljne grede ispod dva stuba sa ili bez prepusta;

Kontinualni temeljni nosači (Sl. 2).



Sl. 2.

Scheme ispitivanih temeljnih nosača

DRUGI DEO

1. TEMELJNI SAMCI

Zavisno od stišljivosti poluprostora i savitljivosti — krutosti — temelja, temelj samac oslonjen na poluprstor ponaša se ili kao savitljiv ili kao krut, pa je za savitljive temelje raspodela pritisaka oblika sličnog onome na slici 3. b, ili — za krute temelje — oblika raspodele prikazanog na slici 3. c.

PRORAČUN RASPODELE PRITISAKA

Razdelimo temeljni nosač na niz jednakih lamela (sl. 4). Označimo lamele i sile koje deluju u sredinama tih lamela brojevima 1 — n .

Pretpostavimo da je raspodela data sa n nepoznatih jednako podeljenih intenziteta pritisaka u pojedinim lamelama i označimo te veličine sa $X_1 - X_n$ (slika 4). Pošto se poluprstor smatra homogenim i izotropnim, možemo liniju raspodele naći za jedinično opterećenje nosača $S^{1,0} = 1,0$ tona, pa tek kasnije na osnovu toga naći liniju raspodele za opterećenje S . Nepoznate veličine prosečnih intenziteta raspodele u tom slučaju označimo sa $X_1^{1,0}$ do $X_n^{1,0}$. Kasnijim množenjem tih veličina intenzitetom sile S dobićemo stvarne intenzitete pritisaka, X_1 do X_n .

Za jednu lamelu nosača koja je opterećena opterećenjem

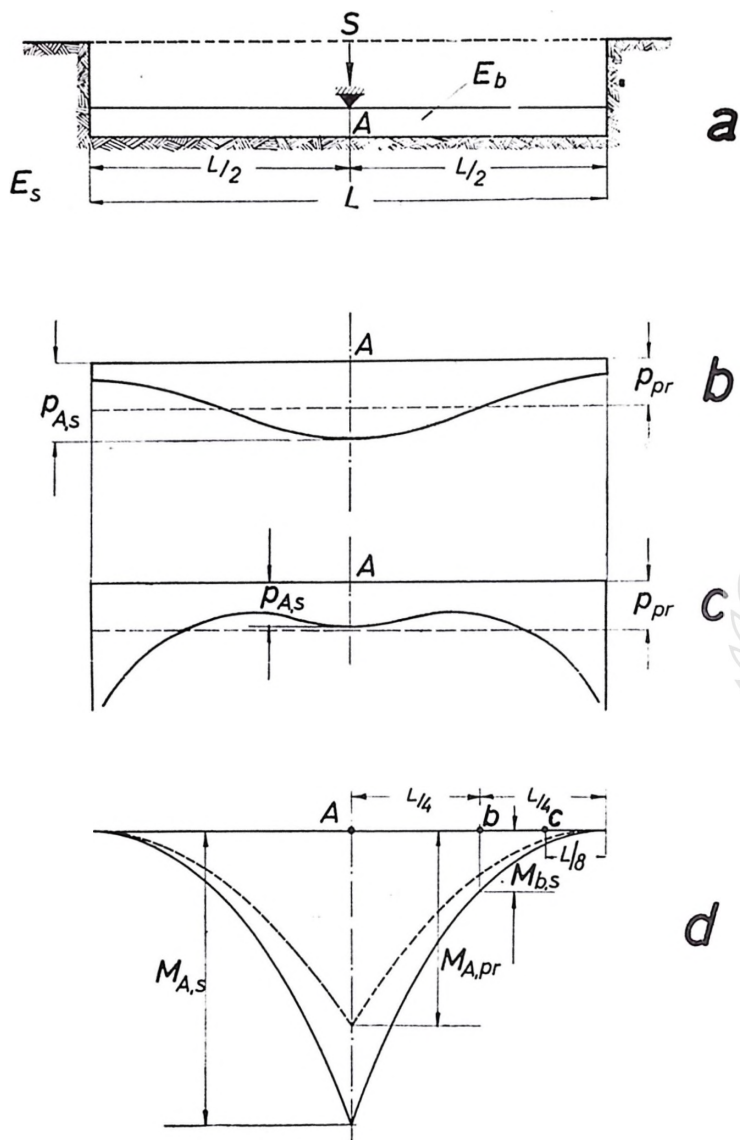
$$q = \frac{S^{1,0}}{B \cdot b} \dots \dots \dots (1)$$

nađimo sleganja poluprostora na odstojanjima $b, 2b, 3b \dots nb$ od oslonca (s-linija, ili linija sleganja poluprostora) po jednoj od poznatih metoda (sl. 4. c).

Opterećujući tlo parovima jednako podeljenih opterećenja, q , na odgovarajućim lamelama dobićemo uz pomoć ordinata s-linije — linije s_1 do s_n (vidi sliku 5, a). Ordinate tih linija sleganja u sredinama lamela neka su $s_{11}, s_{12} \dots s_{21}, s_{22} \dots s_{31}, s_{32} \dots$ itd. gde prvi broj indeksa (i) označava mesto gde se traži veličina sleganja, a drugi (k) lamelu u kojoj deluje opterećenje, q .

Ako sada za dvostruku konzolu sračunamo ugibe η u sredinama pojedinih lamela, i to za parove podeljenih opterećenja q (vidi sliku 5, b), dobiće se u odnosu na horizontalnu liniju koja tangira nosač na osloncu A, ispod stuba, ordinate $\eta_{11}, \eta_{12}, \dots \eta_{21}, \eta_{22}, \dots \eta_{31}, \eta_{32} \dots$

Iz uslova da se linija sleganja poluprostora mora po obliku podudarati sa linijom deformacija nosača dobija se niz linearnih homogenih jednačina, čije rešenje daje prosečne intenzitete raspodele pritiska u pojedinim lamelama. U tim jednači-



Sl. 3.

Temelj samac :

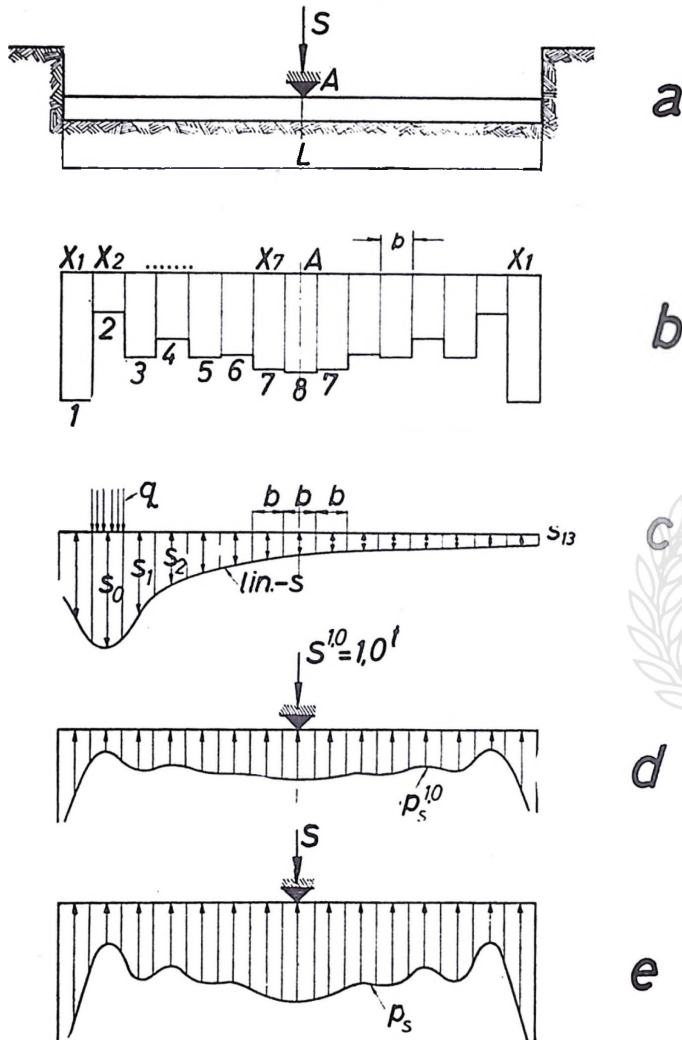
a) shema nosača ;

b) i c) raspodele pritisaka za savitljiv i krut temelj ;

d) momentne linije

nama možemo pretpostaviti i da će sleganja krajeva temelja samaca biti jednaka jedinici. U tom slučaju jednačine će biti oblika

$$\sum_{k=1}^{k=n} x'_k \cdot (s_{l,k} + \eta_{l,k}) - 1,0 = 0.$$



Sl. 4.

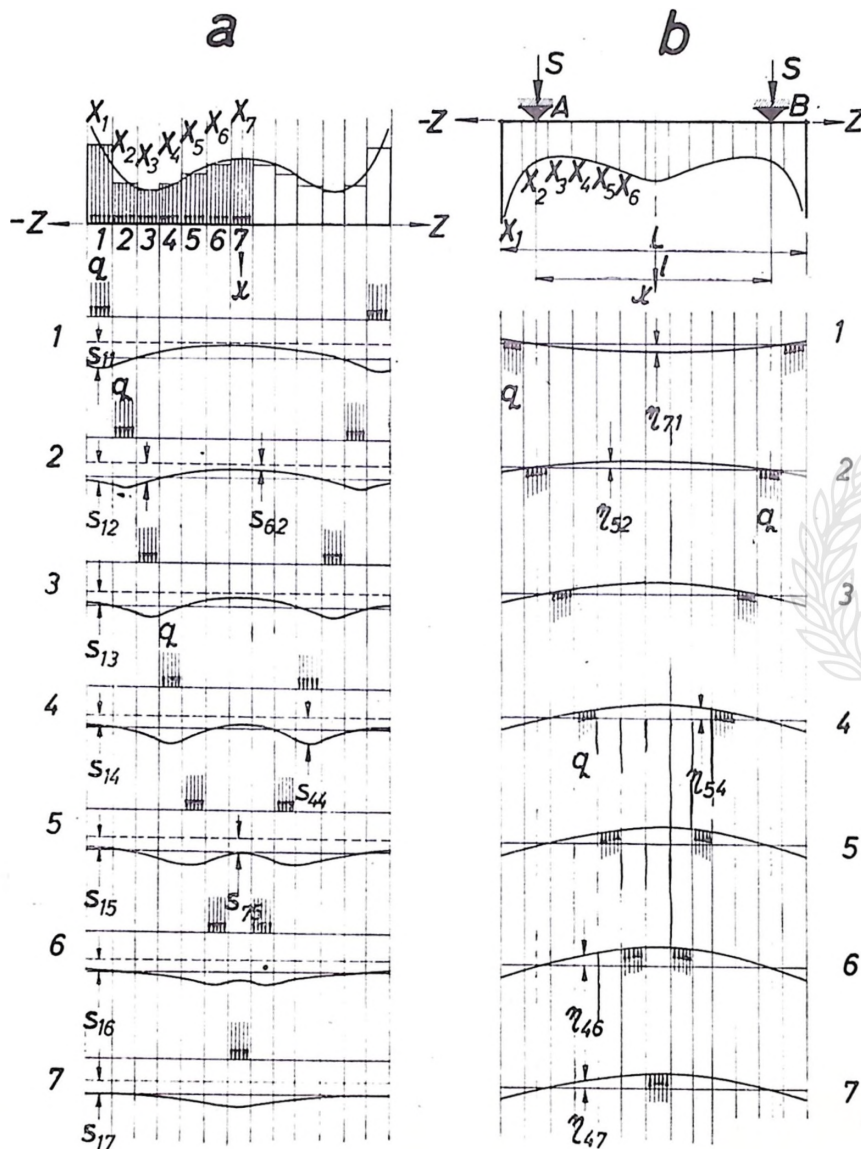
- a) Shema nosača;
- b) podela nosača na lamele;
- c) linija „s“, ugibanja tla;
- d) raspodela za jedinično opterećenje;
- e) stvarna raspodela pritiska za temelj opterećen silom S

Rešenje ovih n jednačina sa n nepoznatih daje nepoznate veličine X'_1 do X'_n . Iz uslova da mora biti

$$\frac{S^{1,0}}{2 \cdot \sum_{k=1}^{k=n-1} x'_k + x'_{k=n}} = \zeta \dots \dots \dots (3)$$

dobiće se faktor ξ kojim treba pomnožiti dobijene sile X' da bismo dobili jediničnu raspodelu sa veličinama sila $X_1^{1,0}$ do $X_n^{1,0}$ (vidi sl. 4 d), a sa njima i raspodelu pritiska $p_s^{1,0}$ i sleganje oslonca A, $s_A^{1,0}$.

Jednostavnim množenjem dobijenih vrednosti $X_1^{1,0}$ do $X_n^{1,0}$ — koje odgovaraju jediničnoj raspodeli pritiska — silom S dobiće se raspodela pritiska, p_s , za



Sl. 5.

Shema za određivanje koeficijenata za jednačine:
a) za tlo; b) za temelj

dato opterećenje temelja samca (vidi sl. 4 e). Množenjem vrednosti $s_A^{1,0}$ veličinom sile S dobiće se sleganje temelja samca, s_A .

Na potpuno analogan način mogu se naći i jedinične raspodele pritiska za simetrično opterećenje grede sa prepustima.

Brojni primer za konzolu vidi Deo III. Primer 1.

PRORAČUN STVARNIH MOMENATA SAVIJANJA

Ako se želi da se uzme u obzir krutost temelja i stišljivost poluprostora, potrebno je prvo odrediti stvarnu raspodelu pritiska, p_s , pa na osnovu toga naći maksimalne stvarne momente savijanja koji će se javiti u karakterističnim preseccima.

Oblik raznih linija raspodele pritiska za jedan nosač sa raznim vrednostima krutosti nosača, I , i stišljivosti tla, E_s , prikazan je na slici 6.

U slučaju temelja samaca zadovoljavamo se obično prilikom njihovog proračuna određivanjem maksimalne veličine momenta savijanja, te na osnovu te veličine i oblika momentne površine cenimo njihovu racionalnost (vidi sl. 3 d).

Veličina tih maksimalnih stvarnih momenata savijanja, $M_{A,s}$, zavisi od oblika raspodele pritiska, a ova od veličina

$$I, E_s, E_b, L \text{ i } B.$$

Ako se unapred usvoji beton određenog kvaliteta (vrednost E_b) i ako se umesto dve promenljive veličine L i B uvede njihov odnos, k , dobijamo kao promenljive veličine

$$I, E_s \text{ i } k.$$

S obzirom na to da određenoj veličini stepena relativne krutosti,

$$R = I/E_s,$$

odgovara na kontaktnoj površini temelj-tlo određen oblik raspodele pritiska, koja se može definisati odnosom

$$i_A = \frac{p_A}{p_{vr}},$$

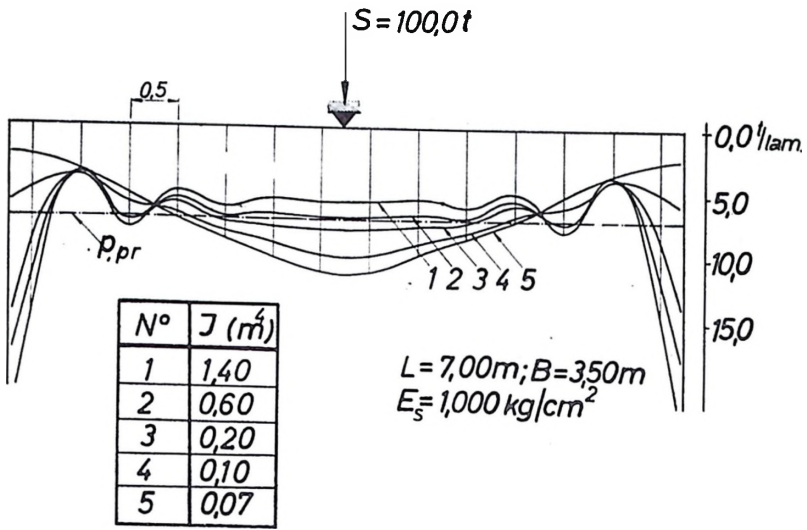
možemo — za konstantnu i odabranu vrednost k — konstruisati dijagram s odnosom i_A na apscisi i odnosom R na ordinati. Menjajući, zatim, vrednost odnosa R možemo dobiti zavisnost odnosa i_A od R (za temelje samce unapred usvojenog odnosa k i modula elastičnosti betona E_b ; sl. 7 a, linija 1—6).

Prema tome, ako se za jedan takav temeljni nosač sračuna nekoliko raspodela pritiska za razne vrednosti momenata inercije, I , dobija se u dijagramu $i_A—R$ kriva linija pomoću koje, za određeni odnos R , možemo odmah da očitamo vrednost odnosa i_A .

Dalje, zahvaljujući odnosu koji postoji između momenata inercije, I , i dužine temelja, L (za uslove jednakih ugibanja),

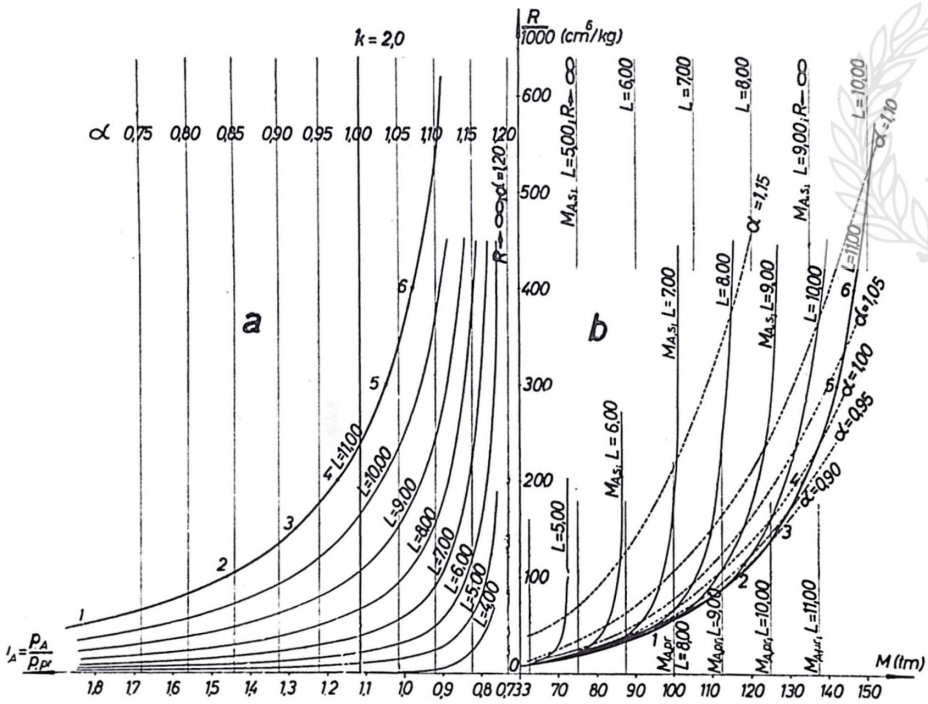
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{L_1^4}{L_2^4} \dots \dots \dots (4)$$

konstruisane su i druge linije za razne vrednosti, L , a za isti odnos k (vidi sl. 7 a).



Sl. 6.

Linije raspodele pritiska za temelj samac i za razne krutosti, I



Sl. 7

Dijagram za dobijanje koeficijenta α :

- a) zavisnost parametara i_A od relativne krutosti, R ;
- b) zavisnost momenata savijanja, $M_{A,s}$, od relativne krutosti, R

Nanošenjem na apscisu — umesto odnosa i_A — vrednosti momenta savijanja, $M_{A,s}$, dobija se dijagram $R-M_{A,s}$, prikazan na slici 7b. Veličina momenata savijanja, $M_{A,s}$, za nosač određene dužine $L = 11,00$ m određena je tačkama od 1 do 6. Sračunajmo za taj isti nosač i momente savijanja za pravolinijsku raspodelu u tački A, $M_{A,pr}$.

Stvarni momenti savijanja, zavisno od relativne krutosti, biće na jednom delu dijagrama (gde je nosač savitljiviji) manji a na drugom delu (gde je nosač krući) veći od konstantne vrednosti maksimalnog momenta savijanja, $M_{A,pr}$.

Iz dijagrama na slici 7 b, vidimo da određenoj vrednosti R odgovara i određen odnos.

$$\frac{M_{A,s}}{M_{A,pr}} = \alpha,$$

jer je $M_{A,pr}$, za jedan nosač određene dužine, L , i za određeno konstantno opterećenje, konstantan. To omogućava konstruisanje linija za koeficijente α , na slici 7, b, za razne dužine nosača, L . Pošto konstantnom odnosu i_A odgovara određena raspodela pritisaka, to se linije iz dijagrama na slici 7 b. moraju da projektuju za konstantne vrednosti koeficijenta α kao vertikale u dijagramu na slici 7 a.

Prema tome, za jedan temelj samac, određene veličine i oblika (odnos k), okarakterisan vrednostima I i E_b , opterećen silom S i položen na poluprostor okarakterisan vrednošću E_s , može se iz dijagrama na slici 7. da dobije određen odnos i_A , kojim je raspodela pritisaka potpuno definisana. Pošto jednoj određenoj vrednosti i_A odgovara određena vrednost koeficijenta α_A , to je moguće dobiti vrednost stvarnog momenta savijanja $M_{A,s}$ za presek A, nanošenjem momenta savijanja za pravolinijsku raspodelu, $M_{A,pr}$, koeficijentom α_A :

$$M_{A,s} = M_{A,pr} \cdot \alpha_A \quad \dots \quad (5)$$

Ceo problem se još znatno pojednostavljuje ako se umesto relativne krutosti, I/E_s , uvede stepen apsolutne krutosti, K , koji je neimenovan broj i koji je jednak

$$K = \frac{I}{B \cdot L^3} \cdot \frac{E_b}{E_s} \quad \dots \quad (6)$$

Tomu zamenom snop krivih linija iz dijagrama na slici 7 levo pretvara se — za jednu određenu vrednost k — u jednu liniju u dijagramu $K - \alpha_A$, koji je prikazan na slici 8 (linija za $k=3$).

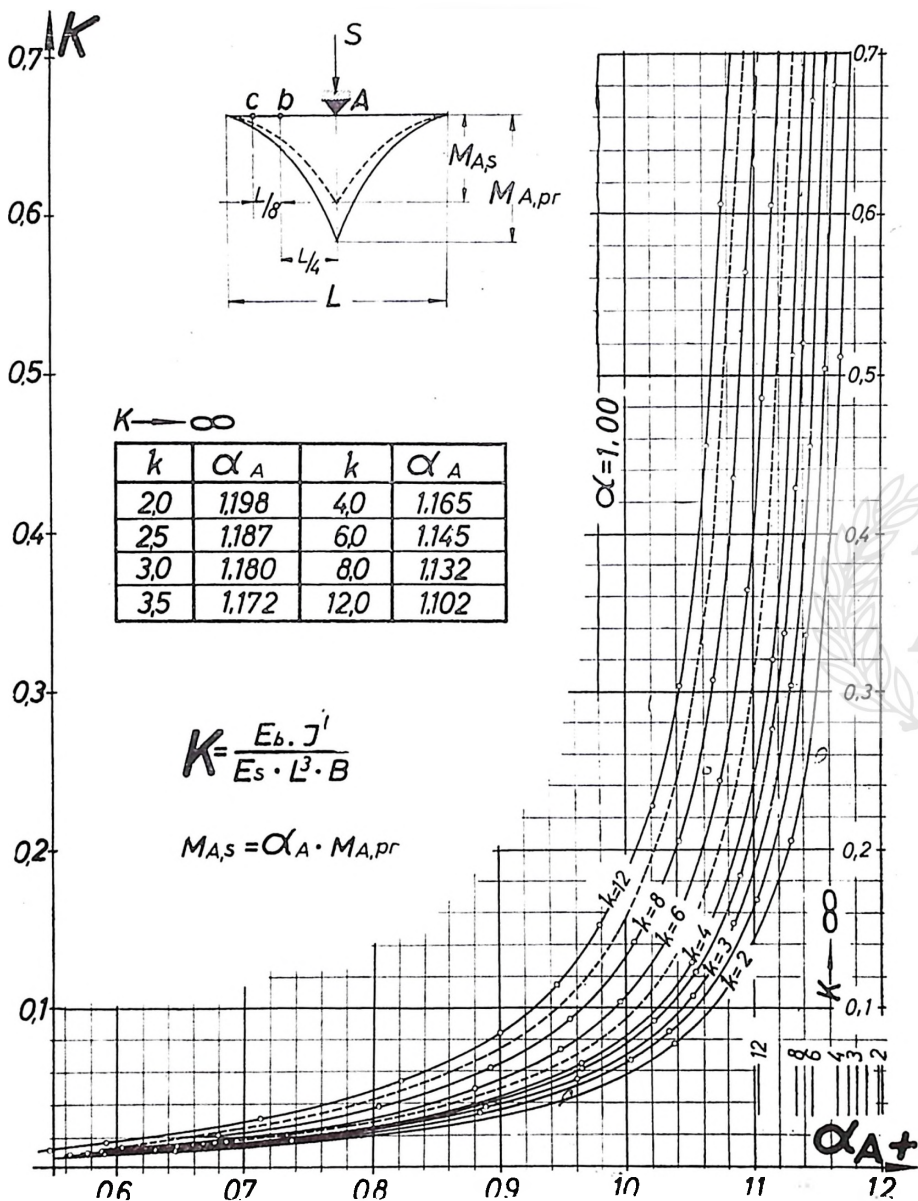
Takav dijagram omogućuje vrlo brzo određivanje stvarnog momenta savijanja za dati odnos k , jer za određeni stepen apsolutne krutosti, K , koji treba unapred sračunati, dobijamo odmah vrednosti koeficijenata α_A , a pomoću njih i stvarne momente savijanja upotrebom jednačine (5).

Analogan proračun i nalaženje odgovarajućih linija za razne odnose k pruža nam mogućnost da dobijemo u dijagramu na slici 8. snop linija pomoću kojih možemo, za svaku određenu i sračunatu vrednost K dobiti odgovarajuće koeficijente α_A . Time je na vrlo lagan način omogućeno da dobijemo veličine stvarnih momenata savijanja temelja samaca za razne vrednosti k , vodeći pritom računa o krutosti temelja i stišljivosti tla.

Da bi se u izvesnim slučajevima mogla tačnije da odredi veličina momenata savijanja, i u $L/4$ i u $L/8$, dužine nosača (potrebno naročito u slučaju kontinualnih nosača), izradeni su i dijagrami za koeficijente α_b i α_c , koji su prikazani na slikama 9 i 10.

U tom slučaju veličine stvarnih momenata savijanja dobijaju se za odgovarajuće preseke iz odnosa

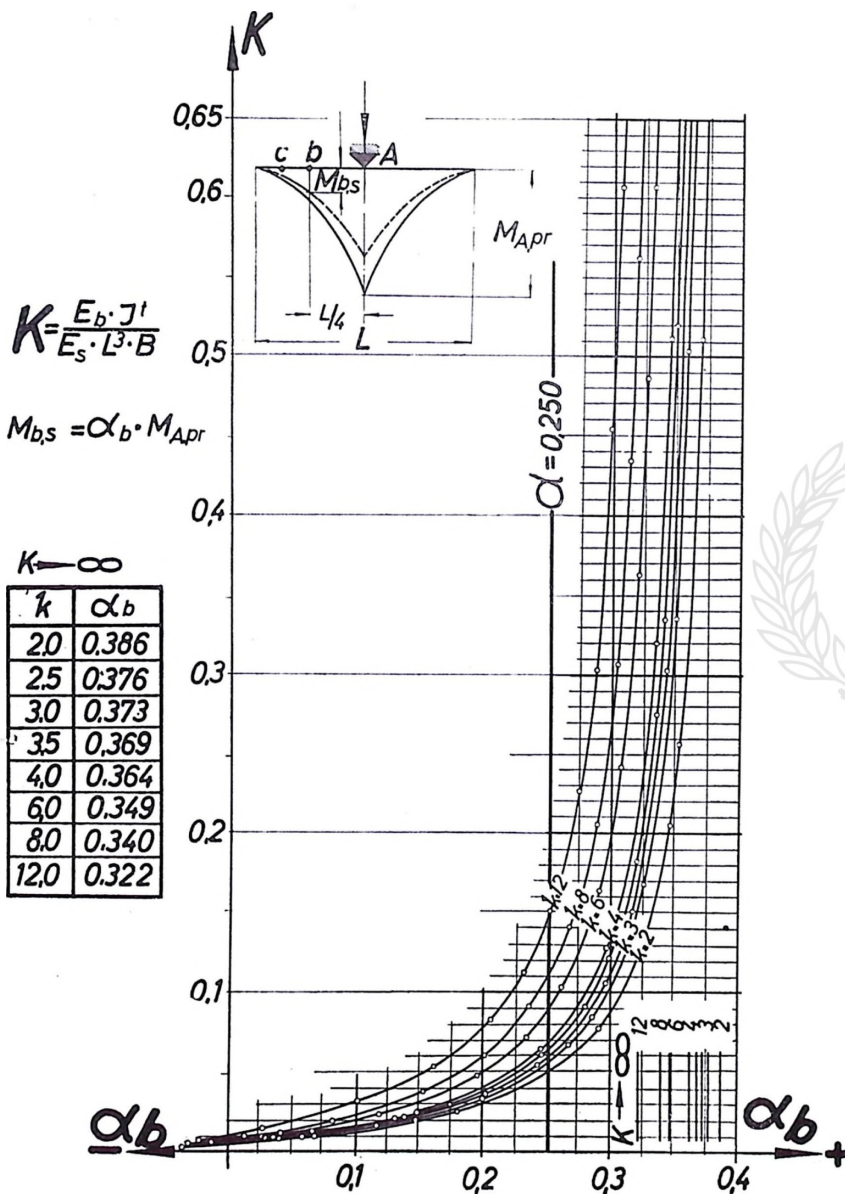
$$\begin{aligned} M_{b,s} &= M_{A,pr} \cdot \alpha_b; \\ M_{t,s} &= M_{A,pr} \cdot \alpha_t; \end{aligned} \quad (7)$$



Sl. 8.
Dijagram koeficijenta α_A za presek u tački A

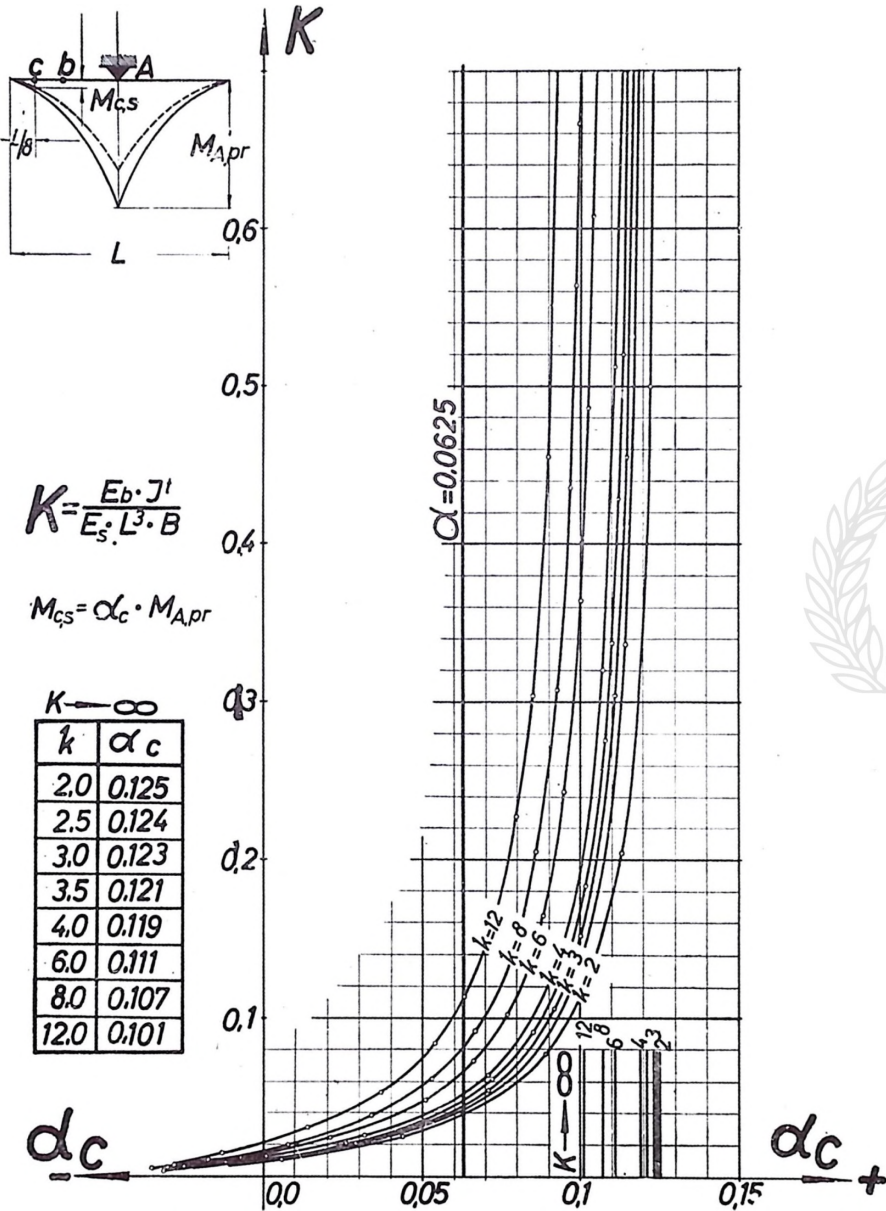
Osim toga, za sve slučajeve sračunate su vrednosti koeficijenta α kad je temelj samac beskonačno krut. Za te slučajeve koeficijenti α su dati posebno u tabelama na svakom dijagramu.

Iz dijagrama na sl. 8. vidi se da koeficijent α_1 varira približno od vrednosti oko 0,60 do vrednosti oko 1,20, zavisno od veličine odnosa k i stepena apsolutne krutosti K . Osim toga, može se na osnovu dobijene veličine K odmah znati kako će



Sl. 9
Dijagram koeficijenta α_b za presek u tački b

se ponašati, na određenom poluprostoju, izvestan temelj samac (ili temeljna konstrukcija, S') određenih dimenzija i određene krutosti. Na osnovu tog dijagrama moguće je izvršiti i izvesnu klasifikaciju temelja samaca i konstrukcija temeljnih nosača uopšte koji su položeni na tlo s određenim modulom deformacija E_s , već prema veličini stepena apsolutne krutosti, K , kako sledi:



Sl. 10.

Dijagram koeficijenta α_c za presek u tački c



Ako je $K > 0,50$,	temelj samac ili temeljna konstrukcija se mogu smatrati kao vrlo kruti.
Ako je $0,50 > K > 0,15$,	temelj ili temeljna konstrukcija su kruti.
Ako je $0,15 > K > 0,05$,	temelj ili temeljna konstrukcija su savitljivi.
Ako je $K < 0,05$,	temelj ili temeljna konstrukcija su jako savitljivi.

Savitljivim temeljima samcima odgovara približno koeficijent α_A jednak vrednostima oko jedinice, tj. njihov stvarni maksimalni momenat savijanja biće približno jednak momentima savijanja za pravolinijsku raspodelu.

Iz dijagrama na sl. 8. može se konstatovati još i sledeće:

Razlike između stvarnih momenata savijanja (kad se uzimaju u obzir krutost temelja i stišljivost tla) i momenata savijanja dobijenih sa pravolinijskom raspodelom pritisaka kreću se od oko 40% ispod (jako savitljivi nosači) do oko 20% iznad vrednosti dobijenih sa pravolinijskim raspodelama (potpuno kruti nosači).

Racionalnije je, prema tome, u odnosu na momente savijanja, primenjivati temelje samce sa manjim stepenom apsolutne krutosti. Međutim, ne treba u tom pogledu preterati, jer se sa znatnim smanjivanjem visine znatno povećava presek armature. U slučaju uobičajenih oblika temelja samaca (kad k nije vrlo veliko) može se za potpuno krute temelje usvojiti bez ikakvog proračuna kao maksimalna vrednost stvarnog momenta savijanja — vrednost dobijena sa pravolinijskom raspodelom pomnožena koeficijentom 1,20.

2. TEMELJNI NOSAČI ISPOD DVA STUBA

Ako se na temeljni nosač oslanjaju dva stuba gornje konstrukcije, dobijamo temeljne nosače tipa greda sa prepustima ili bez prepusta.

PRORAČUN STVARNIH MOMENATA SAVIJANJA

Analiziranjem problema na analogan način kao i u slučaju temelja samaca moguće je sračunati vrednosti odgovarajućih koeficijenata u proizvoljnom broju tačaka i za grede ispod dva stuba. U ovom slučaju svi ti koeficijenti, β , mogu da se izraze u odnosu prema momentu savijanja za pravolinijsku raspodelu za *presek u tački A*.*

Ovde je problem složeniji utoliko što se umesto samo jednog parametra k , koji se javlja u slučaju temelja samaca, javlja još i parametar r , tj. odnos raspona u polju prema rasponima konzola. Stoga, dok je u slučaju temelja samca, u dijagramu na sl. 8, postojala za jedan odnos k jedna linija, ovde ćemo imati ceo snop linija (za jednu vrednost k biće niz vrednosti r).

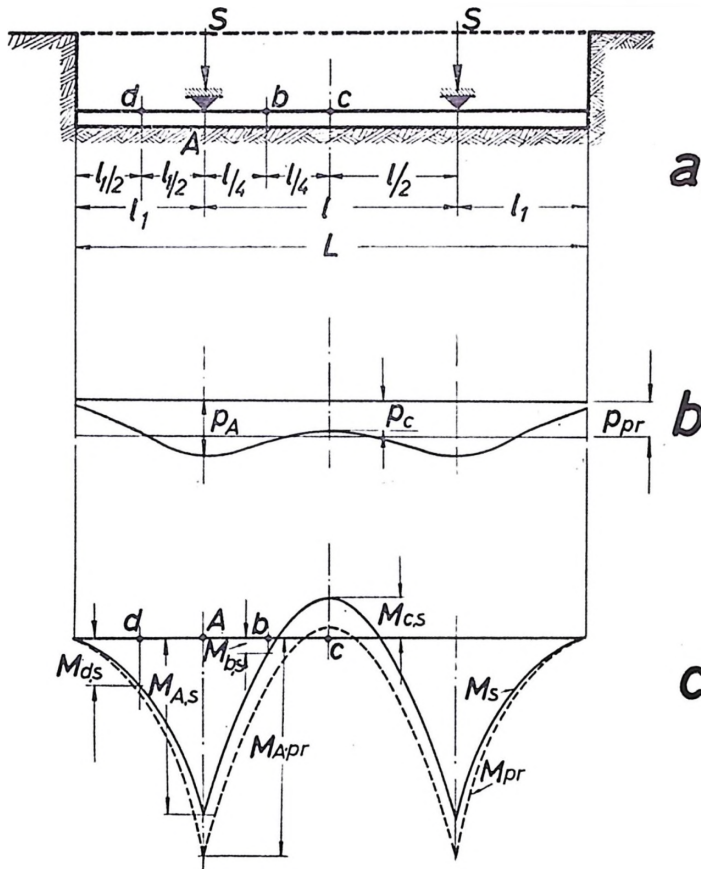
Prilikom usvajanja ili određivanja ovih parametara naročito je potrebno obratiti pažnju na pravilan izbor odnosa r , pošto od njega pretežno zavisi — kako će se kasnije videti — racionalnost konstrukcije grede sa prepustima. Veličinu odnosa k , međutim moguće je često slobodno usvajati, pa se tom prilikom može znatno uticati i na izbor odnosa r , a s time i na racionalnost temeljne grede.

Značenje koeficijenta β istovetno je sa značenjem koeficijenta α . U stvari koeficijenti α predstavljaju specijalan slučaj kad je odnos $r=0$ (temelj samac), za razliku od koeficijenata β , gde je $r > 0$ (grede sa prepustima).

* Osim u slučaju kad je greda bez prepusta, pa se vrednosti moraju dati u odnosu na neki drugi presek, pošto je $M_{A,pr} = 0$.

Oblik linija raspodele za razne vrednosti K , i za konstantne odnose r , i k , prikazan je, za nekoliko primera, na slici 12.

Potpuno analognim postupkom i u slučaju temelja samaca mogu se za određene vrednosti k i r dobiti odgovarajući dijagrami, koji su prikazani i objašnjeni u slučaju temelja samaca (sl. 7). Na slici 13. prikazana je, za odnose $k=4$ i $r=6$, zavisnost odnosa i_A i $M_{c,s}$ od odnosa R , i to za razne dužine greda sa prepustima. Osim toga, date su i vrednosti koeficijenata β_c , zavisno od odnosa i_A i $M_{c,s}$.



Sl. 11

Greda ispod dva stuba sa prepustima:

- a) šema nosača;
- b) raspodela pritiska;
- c) linije momenata savijanja

Kako se vidi već i iz samog dijagrama na sl. 13, po vrednostima koeficijenata β_c , ovde odstupanja od rezultata pravolinijske raspodele mogu biti znatno veća nego u slučaju temelja samaca.

Da bi se dobili dijagrami koji bi u praksi omogućili uzimanje u obzir krutosti temeljnih sistema i stišljivosti tla, prilikom računanja momenata savijanja potrebno je odrediti raspodele pritiska za razne međusobne vrednosti odnosa r , k i K .

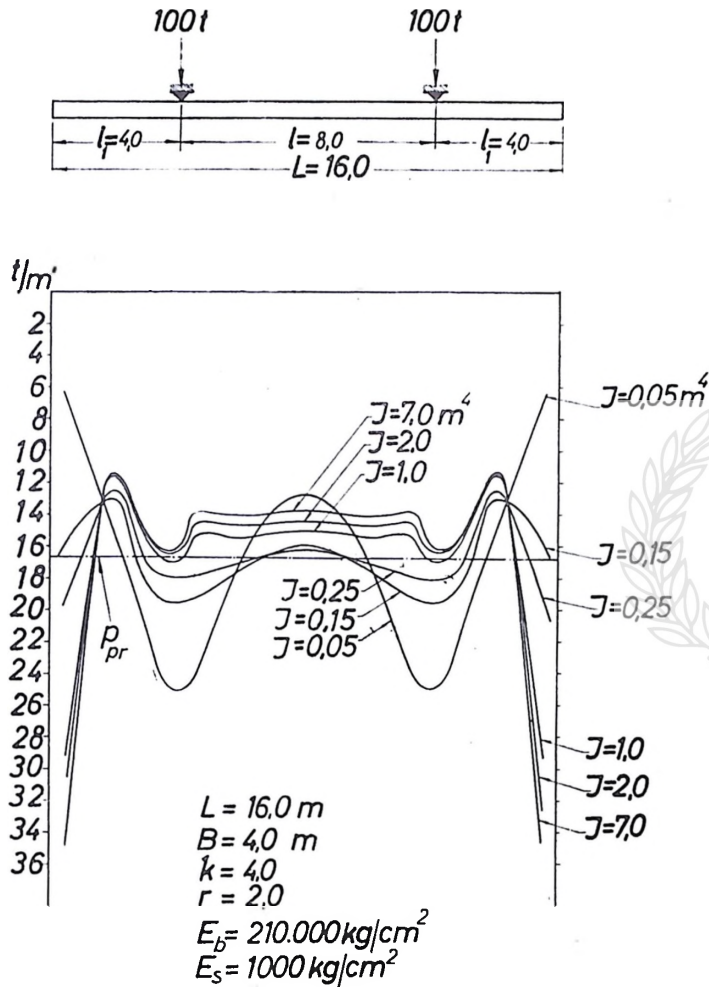


Taj postupak određivanja raspodela pritiska i momenata savijanja izvršen je za razne vrednosti pomenutih odnosa, i to:

za r od 0,25 do 20,00 i $r = \infty$;

za k od 2,00 do 20,00;

za K od 0,02 do 0,60, kao i za K jednako beskonačno.



Sl. 12

Linije raspodele pritiska u slučaju grede sa prepustlima za razne krutosti J

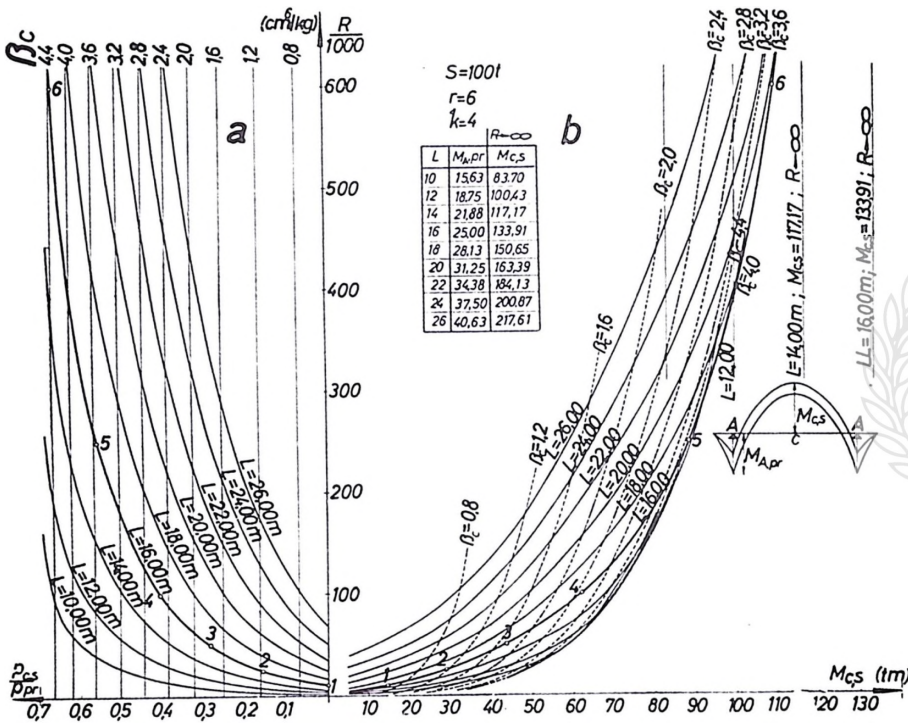
Na osnovu tih proračuna određene su za razne vrednosti pomenutih odnosa vrednosti koeficijenata β . Koeficijenti β su sačunati za preseke A , b , c i d (Sl. 11) i neke njihove vrednosti — zavisno od stepena apsolutne krutosti K — prikazane su u dijagramu na slikama 14. i 15.

Pomoću takvih dijagrama dobijaju se momenti savijanja u pojedinim presecima direktno pomoću izraza:

$$\begin{aligned}
 M_{A,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_A; \\
 M_{b,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_B; \\
 M_{c,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_C; \\
 M_{d,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_D; \dots \dots \dots (8)
 \end{aligned}$$

Prethodno je potrebno samo unapred pretpostaviti vrednosti odnosa r , k i K . Pored vrednosti datih u dijagramima (Četvrti deo), sračunate su i vrednosti koeficijenta β za potpuno krute nosače. Vrednosti koeficijenta β za te slučajeve date su brojčano.

Brojni primer za upotrebu ovih dijagrama dat je u Delu III, Primer 2.

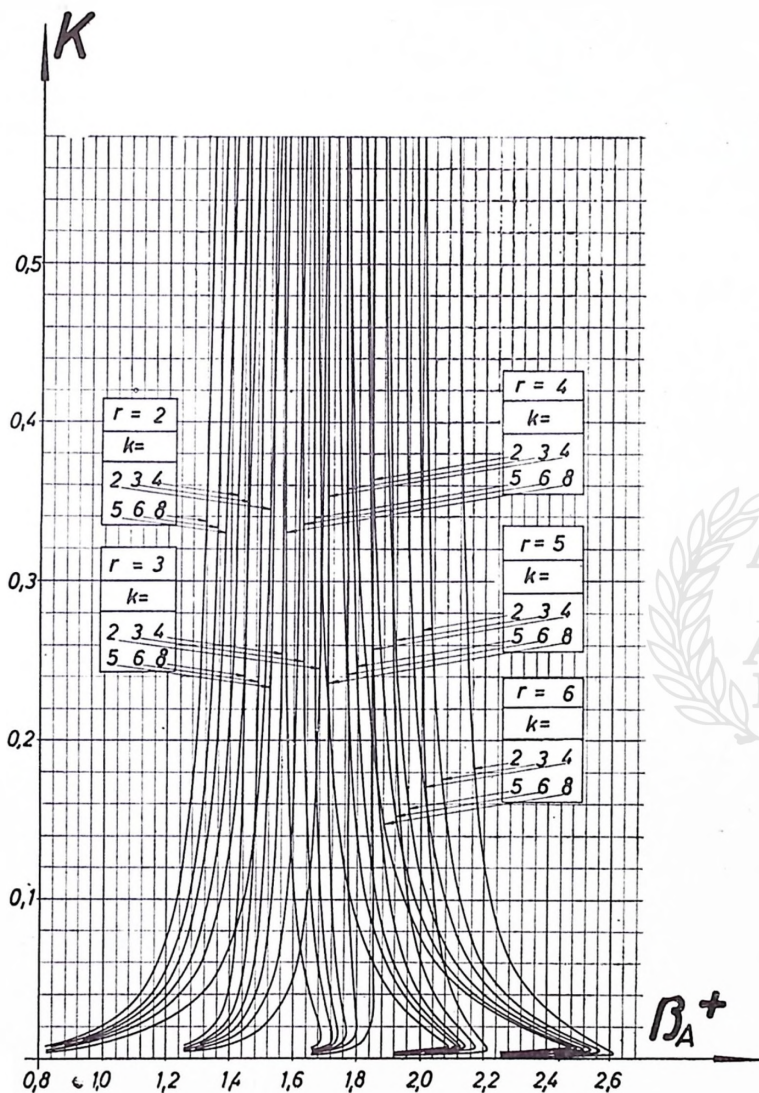


Sl. 13. Dijagram za dobijanje koeficijenta β_c :
 a) zavisnosti parametra β_c od relativne krutosti R ;
 b) zavisnost momenta savijanja, $M_{c,s}$, od relativne krutosti, R

IZBOR VREDNOSTI k , r i K

Vrednosti odnosa k i r ponekad su određene oblikom samog objekta ili temelja te je na njihove veličine u tim slučajevima moguće znatnije uticati u relativno manjem broju slučajeva. Međutim, vrednosti odnosa K konstruktor može slobodnije da odabira. Pošto postoji izvesna sloboda u odabiranju jedne, druge ili treće od ovih vrednosti,

potrebno je analizirati kojim vrednostima ovih odnosa treba težiti da bi konstrukcija bila što racionalnija. Usvajimo za poredenje pretpostavku da racionalnost jedne ovakve temeljne konstrukcije — s obzirom na relativno vrlo velika opterećenja — zavisi

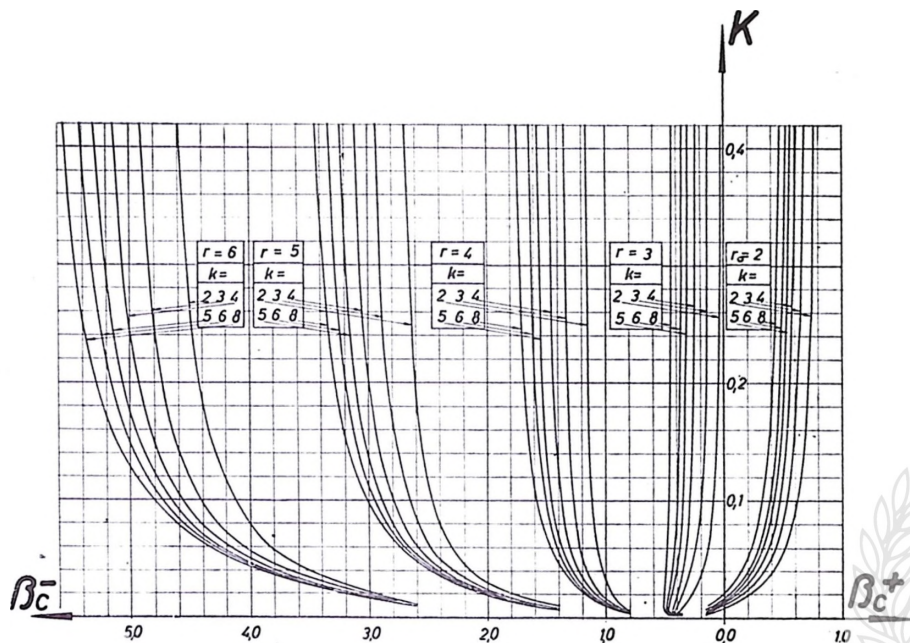


Sl. 14.
Dijagram koeficijenta β_A^+ za presek u tački Δ

ponajviše od potrošnje čelika, tj., drugim rečima, od veličine momentne površine koju treba pokriti glavnom armaturom. Pretpostavka nije sasvim tačna, ali ipak dovodi do vrlo korisnih zaključaka.

Pristupimo li razmatranju problema ekonomičnosti sa tog stanovišta, potrebno je analizirati parametre od kojih zavise zbrovi pozitivnih i negativnih površina nomenata savijanja.

Označimo sa P_s stvarnu apsolutnu vrednost zbira pozitivnih i negativnih površina momenata savijanja grede sa prepustima dobijenu uzimanjem u obzir krutosti



Sl. 15.

Dijagram koeficijenta β_c za presek u tački c



temeljne grede i stišljivosti tla, a sa P_{pr} — zbir tih površina momenata savija ja dobijen na klasičan način sa pravolinijskom raspodelom pritiska. Ako se postavi odnos

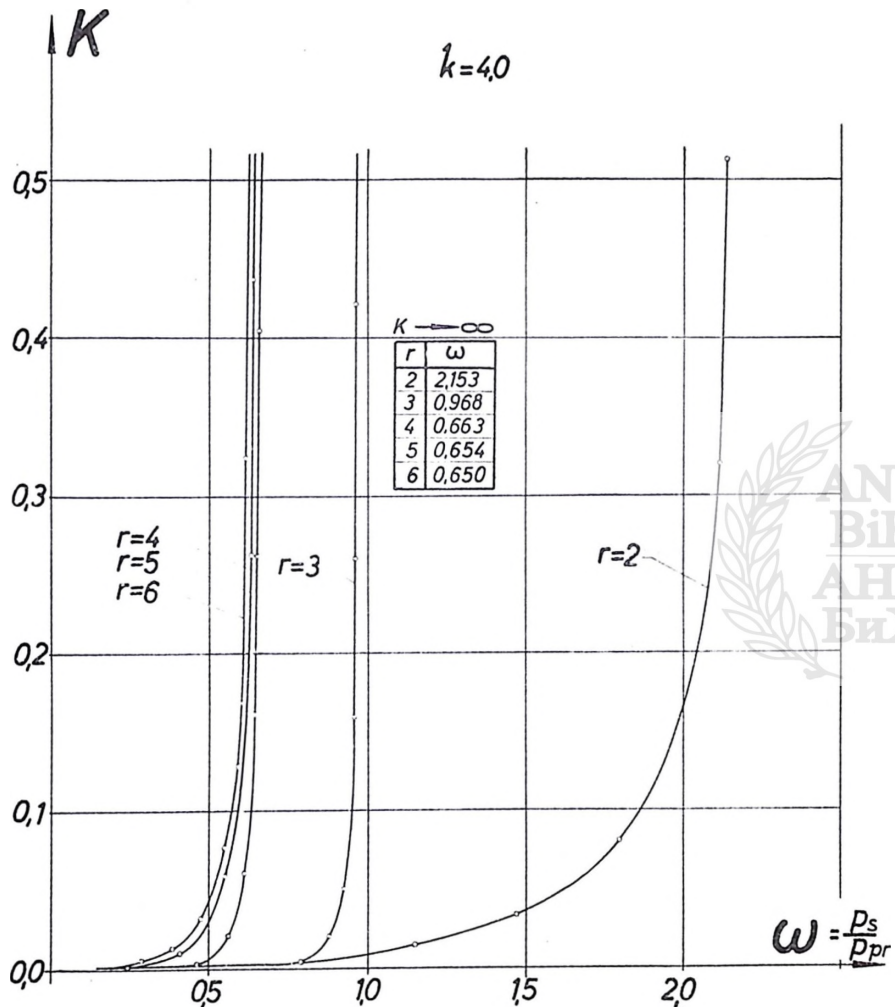
$$\frac{P_s}{P_{pr}} = \omega; \dots \dots \dots (9),$$

može da se konstruiše dijagram iz koga će se videti koliko mogu da utiču ti pojedini parametri na veličinu zbira pozitivnih i negativnih momentnih površina. Takav jedan dijagram prikazan je primera radi na slici 16, za vrednost $k=4$. Na osnovu tog dijagrama, kao i na osnovu dijagrama sa drugim vrednostima odnosa k , koji dolaze u stvarnosti, može da se konstatuje sledeće:

Ako se kao polazna osnovica usvoji površina momenata savijanja dobijena sa pravolinijskom raspodelom, stvarna površina momenata savijanja može da bude znatno manja ili veća od površine momenata savijanja pravolinijske raspodele.

Pri tom ponajviše utiče na veličinu momentne površine pravilan izbor odnosa r , a zatim odnosa K , dok odnos k svojim promenama neznatno utiče na vrednost odnosa ω (sl. 16).

U slučaju jednog istog nosača, sa povećanjem vrednosti K raste i vrednost odnosa ω uz konstantne odnose r i k . Porast vrednosti K može da bude izazvan i promenama veličina E_s , E_b i I . Međutim, ako su prve dve vrednosti konstantne a raste samo vrednost I , onda se može konstatovati da sa porastom vrednosti I raste i zbir površina stvarnih momenata savijanja. Taj porast uz manje vrednosti I je veći,



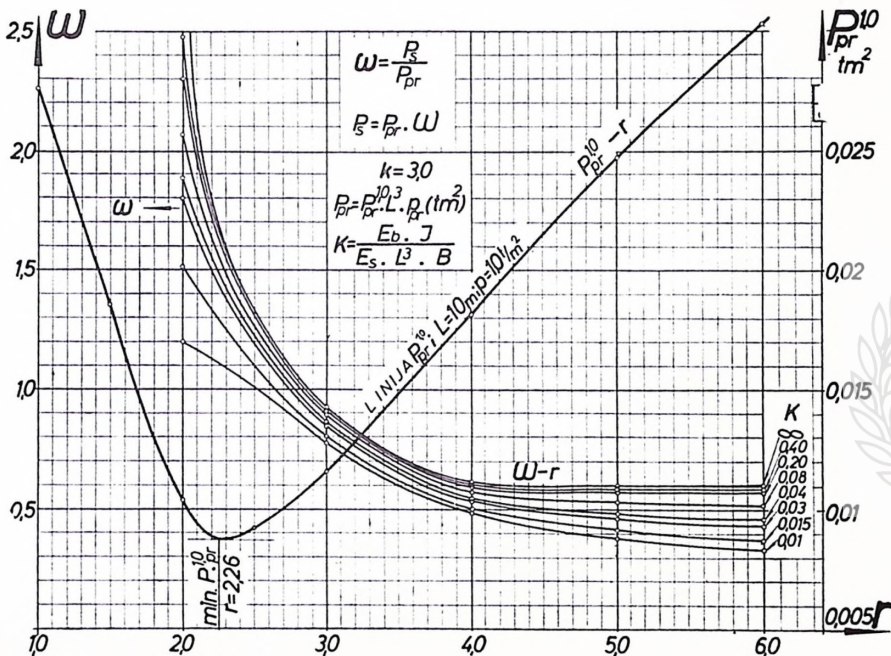
Sl. 16.

Zavisnost odnosa momentnih površina ω od odnosa K , a za razne vrednosti r

a sa porastom tih vrednosti je sve manji i manji. Povoljnije su prema tome grede sa manjim vrednostima I . Pri tom se ne sme izgubiti iz vida da veća smanjenja momenta inercije, I , izazivaju porast potrošnje armature.

Menjanjem vrednosti k može se konstatovati da promene tog odnosa u uobičajenim granicama vrlo malo utiču na veličinu odnosa ω . Iz odnosa prikazanih na sl. 16. može da se konstruiše i dijagram prikazan na slici 17. U tom dijagramu je levo na ordinatnoj osi dat koeficijent ω , a na apscisi — odnos r . Za razne vrednosti K dat je odgovarajući snop linija za konstantnu vrednost $k=3$.

Ako se još na ordinatnu osovinu, desno, nanesu jedinačne vrednosti površina momenata savijanja za pravolinijsku raspodelu, $P_{pr}^{1,0}$, i konstruiše linija veličine tih površina (za slučaj $L=1,0$ m i $p_{pr}^{1,0}=1,0$ t/m³), u zavisnosti od odnosa r dobijamo liniju $P_{pr}^{1,0}-r$. Ona nam daje veličinu zbiru površina momenata savijanja za jediničnu dužinu grede $L=1,00$ m i jedinično opterećenje $p_{pr}^{1,0}=1,00$ t/m³ za pravolinijsku raspodelu, p_{pr} . Množenjem veličine $P_{pr}^{1,0}$ (za unapred usvojeno r) koeficijentom



Sl. 17.
Zavisnost odnosa momentnih površina ω od odnosa r

ω i, zatim, prethodno usvojenom dužinom temeljnog nosača, L , na treću potenciju, i intenzitetom jednako podeljenog opterećenja p_{pr} dobija se veličina površina momenata savijanja za stvarnu raspodelu opterećenja, tj.

$$P_s = \omega \cdot P_{pr}^{1,0} \cdot L^3 \cdot p_{pr} \dots \dots \dots (10)$$

gde je p_{pr} izraženo u t/m³ nosača.

Pri tom je potrebno iz dijagrama (sl. 17.) prilikom proračuna za usvojene pretpostavljene vrednosti K i r odrediti odgovarajuću vrednost ω .

Linija $P_{pr}^{1,0}-r$ ima svoj minimum kad je odnos $r=2,26$ (pravolinijska raspodela). To znači da bi za pravolinijsku raspodelu bio najracionalniji nosač s odnosom $r=2,26$.

Konstruisanjem linija koje odgovaraju liniji $P_{pr}^{1,0} - r$, ali tako da se uzima u obzir stvarna raspodela pritiska (uticaj krutosti temeljnog nosača i stišljivost tla), dobija se snop linija za pojedine vrednosti K u zavisnosti od jedinične površine momenata savijanja $P_s^{1,0}$, koja odgovara vrednostima $L = 1,0 \text{ m}$ i $p = 1,00 \text{ t/m}^2$ (vidi slike 18. do 20). Dijagrami su konstruisani za vrednosti k jednako 2,0, 3,0 i 4,0.

Ti se dijagrami takode mogu upotrebiti za iznalaženje stvarne površine momenata savijanja.

Vidi brojni primer 3 u Delu III.

Ako za napred usvojene vrednosti odnosa k i r i K iz odgovarajućeg dijagrama nademo jediničnu vrednost površine momenata savijanja, $P_s^{1,0}$, i tu vrednost pomnožimo proizvodom $L^3 \cdot p_{pr}$ gde je L stvarni raspon izražen u metrima i p_{pr} specifično opterećenje pravolinijske raspodele izraženo u tonama na metar dužni, dobićemo veličinu stvarne površine momenata savijanja, P_s , tj.

$$P_s = P_s^{1,0} \cdot L^3 \cdot p_{pr} \quad (\text{u tm}^2) \quad \dots \quad (11)$$

Iz tih dijagrama vidimo da je — za vrednosti k od 2,0 do 4,0 — najpovoljniji odnos r oko vrednosti 3,5 do 4,00. Na osnovu toga, dolazi se do zaključka da prilikom konstruisanja temeljnih greda sa prepustima treba težiti da odnos r bude između vrednosti 3,5 i 4,0. Tada će biti momentne površine najmanje.

Iz ove analize mogu se za grede sa prepustima, ispitane u okviru ovih razmatranja, izvući sledeći zaključci:

Veličine momenata savijanja u slučaju temeljnih greda sa prepustima, — ako se u račun uzima krutost temeljne grede i stišljivost tla — znatno se razlikuju od momenata savijanja sračunatih na uobičajeni način sa pravolinijskom raspodelom. Vrednosti koeficijenata β_A npr. — za uobičajene vrednosti r i k — variraju od 0,8 do 2,6 a β_c — od 1,0 do preko 5,0 (vidi sl. 14. i 15).

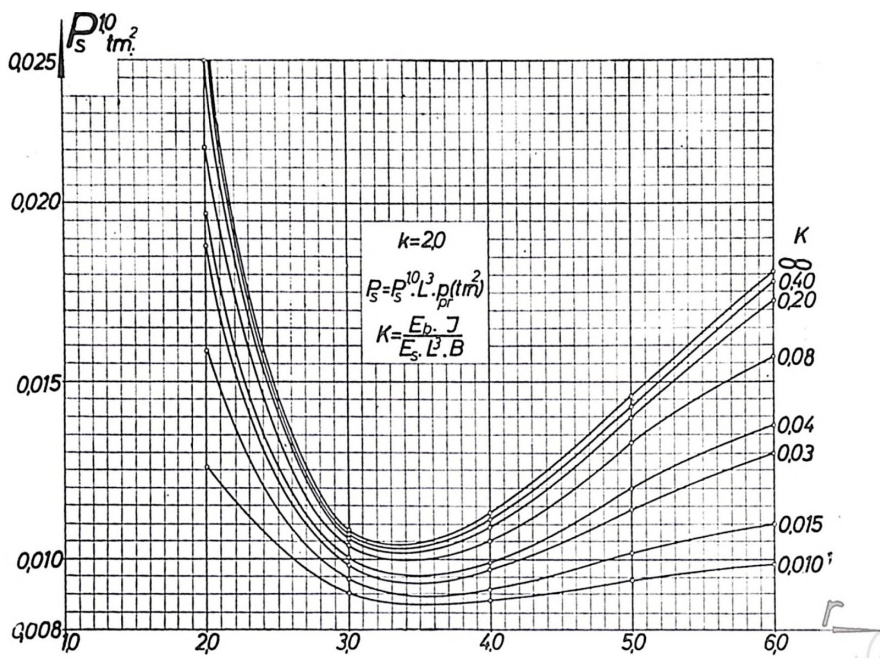
Ako ocenjujemo racionalnost tih temeljnih nosača sa stanovišta veličine momentnih površina, najmanje površine momenata savijanja dobiće se ukoliko se odnos r odabere oko vrednosti 3,5 do 4,00. U tom slučaju povećanjem krutosti temeljne konstrukcije izražene koeficijentom apsolutne krutosti K neznatno se povećavaju i momentne površine, i obratno.

Može se konstatovati da najveći uticaj na racionalnost ovih temeljnih nosača može da ima odnos r .

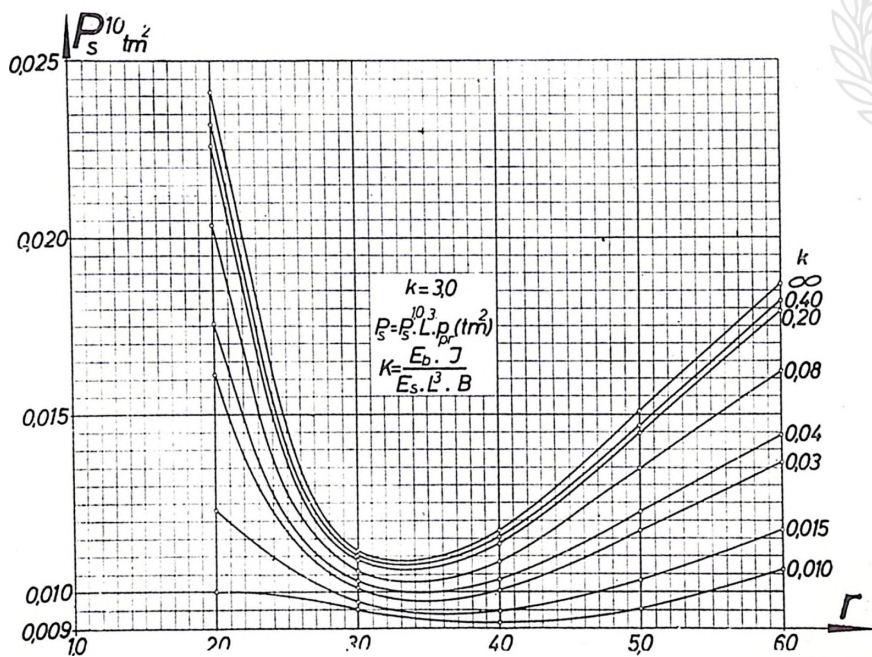
Uticaj pravilnog izbora veličine odnosa K mali je ako je vrednost odnosa r povoljno odabrana (oko 4,00). Međutim, ako vrednost odnosa r nije povoljno odabrana, nego znatnije odstupa od vrednosti $r = 4,00$, povećava se uticaj apsolutnog stepena krutosti K . Taj uticaj je tim veći što je K veće. Ako je vrednost odnosa K malena, uticaj promena krutosti K ostaje mali (dijagrami na slikama 18. do 20.), i obratno.

3. KONTINUALNI NOSAČI

Kako je ranije rečeno, u slučaju ispod dva stuba moguće je vrlo efikasno uticati na ekonomičnost konstrukcije pravilnim odabiranjem odnosa r i K , koji su tamo igrali izvesnu više ili manje važnu ulogu. Osim toga, tamo je bilo moguće menjati u izvesnim slučajevima i odnos k , te dobiti konstrukciju temeljnog nosača vrlo blisku najekonomičnijoj.



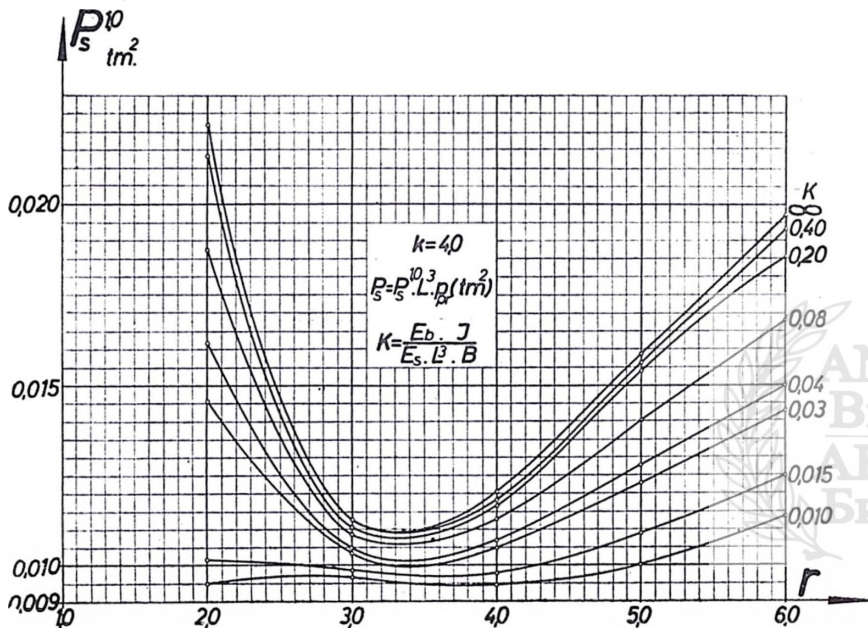
Sl. 18. Zavisnost veličine momentne površine od odnosa r , za razne krutosti nosača K ; $k=2$



Sl. 19. Zavisnost veličine momentne površine od odnosa r , za razne krutosti nosača K ; $k=3$

Medutim, u slučaju kontinualnih sistema — već prema rasponima polja — odnos oblika k je uglavnom diktiran oblikom objekta; uloga odnosa raspona, r (veličina konzola), inože samo u manjoj meri da dode do izražaja zbog veće dužine nosača (naročito u slučaju sistema sa više polja). Stoga ostaje samo odnos K — kojim je karakterisana krutost, — kao jedini parametar pomoću koga je moguće, više ili manje, učiniti kontinualnu temeljnu konstrukciju konstruktivno boljom i ekonomičnijom.

U slučaju kontinualnih nosača se javlja kao pojam povoljno i nepovoljno opterećen kontinualni nosač. Jer, zavisno od načina opterećenja temeljne konstrukcije mogu da se pojave površine momenata koje će biti na celoj dužini kontinualnog



Sl. 20.

Zavisnost veličine momentne površine od odnosa r , za razne krutosti nosača K ; $k=4$

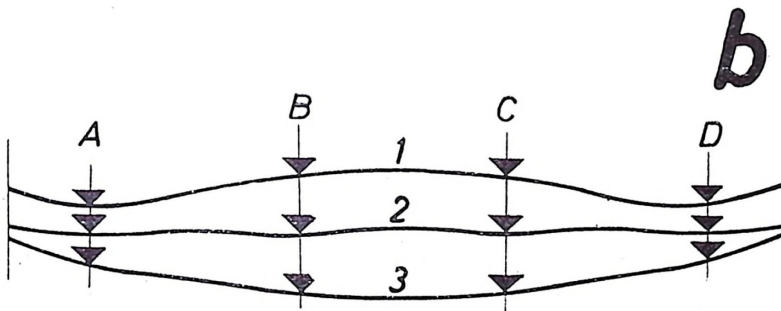
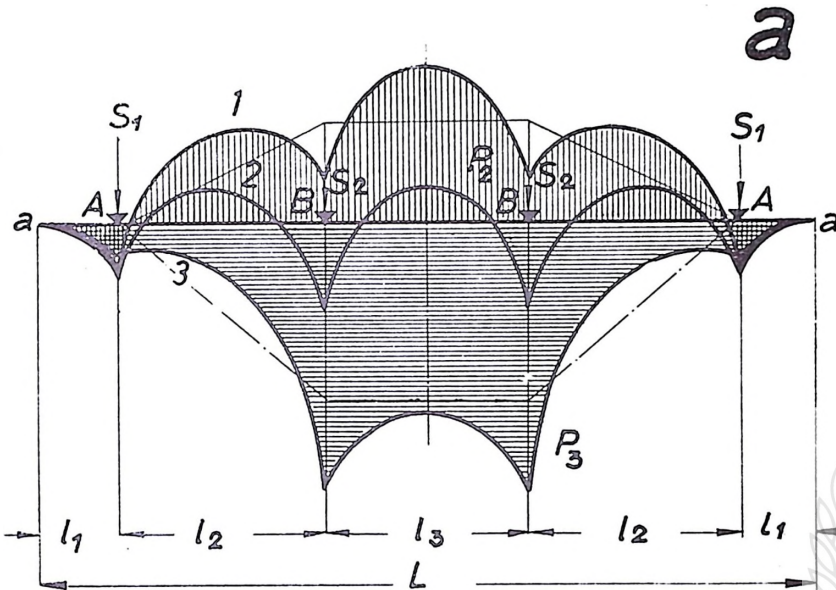
nosača pozitivne, odnosno negativne (relativno nepovoljno opterećen temeljni sistem) ili će se njihov predznak menjati u pojedinim poljima (relativno povoljno opterećen temeljni sistem); sl. 21.

Osim slučajeva prikazanih na sl. 21, može doći i do toga da je za jedno opterećenje jedne konstrukcije momentna površina pretežno pozitivna, a za drugo pretežno negativna, te će biti potrebno po celoj dužini kontinualnog sistema i gore i dole izvršiti armiranje.

Pošto oblik, predznak i veličine momenata i momentnih površina zavise od odnosa intenziteta sila S koje deluju na temeljni sistem, kažemo da jedan temeljni kontinualni sistem može biti na izvesnom tlu povoljno ili nepovoljno opterećen.

U slučaju kontinualnih nosača oslonjenih na tlo, kada nema međusobnog nejednakog sleganja oslonaca (fiksni oslonci) — ako su opterećenja nosača i razmaci

oslonaca približno ujednačeni — momentna površina često menja predznak i prelazi iz pozitivnih vrednosti u negativne, i obratno. U slučaju kontinualnih nosača, međutim kada može da dode do međusobnog raznolikog sleganja oslonaca, javljaju se veličine momenata savijanja koje mogu biti po vrednosti vrlo velike. U tom slučaju ovi nosači imaju znatno veće površine momenata savijanja (vidi sliku 21).



Sl. 21.

Shema momentnih površina (a) i elastičnih linija (b) u slučaju kontinualnih nosača.

Da se površina momenata svede na što manju meru, potrebno je nastojati — da se završna linija $AB_1C_1D_1C_1B_1A$ što više približi liniji oslonaca $ABCD$ (sl. 22, d), tj. nastojati da savijanja usled nejednakih međusobnih sleganja oslonaca budu svedena na što manju meru. Jer, ukoliko su razlike u međusobnim sleganjima

oslonaca manje, utoliko će, obično, biti manje i ukupne površine momenata savijanja za pojedine slučajeve opterećenja, i obratno.

Odstupanja od ovog orijentacionog kriterija, međutim, mogu da se jave u izuzetnim slučajevima, ako su razlike u rasponima pojedinih polja kontinualnog sistema vrlo velike ili je način opterećenja temeljne kontinualne konstrukcije specifičan. U slučaju svih drugih kontinualnih temeljnih konstrukcija ovaj se kriterij može da primeni.

U nastojanju da kontinualna temeljna konstrukcija nosača bude što ekonomičnije konstruisana, mogu se menjanjem izvesnih odnosa ponekad znatno smanjiti ili čak i potpuno eliminisati razlike u sleganjima oslonaca. To se može u nekim slučajevima da postigne povoljnijim odabiranjem odnosa k , r i K . U drugim slučajevima, međutim, ne mogu se postići znatnije razlike, te je tada potrebno konstruisati nosače i za nepovoljne slučajeve opterećenja sa velikim površinama momenata savijanja.

Ekonomičnost jedne temeljne kontinualne konstrukcije zavisi prema tome od toga da li je ona tako konstruisana da se može smatrati, za date uslove kao najpovoljnija.

Da bi se uticaj promena tih odnosa mogao sagledati, težilo se da se pronade i za kontinualne sisteme metoda proračuna koja će omogućiti brzo dobijanje rezultata kako za razne slučajeve opterećenja, tako i za razne vrednosti i promene odnosa r , k i K . Pri tom se nastojalo da se dobije ona tačnost rezultata koja je potrebna.

METODA PRORAČUNA KONTINUALNIH TEMELJNIH NOSAČA

Kao vrlo pogodan način za računanje kontinualnih temeljnih nosača, koji odgovara pomenutim postavljenim uslovima, pokazao se način koji se sastoji u tome da se kontinualni sistemi raščlane na proste sisteme. Naime, svaki kontinualni sistem moguće je razložiti — zavisno od broja polja — na niz greda sa prepustima ispod dva stuba i jedan ili nijedan temelj samac (vidi sliku 22, b).

Ako se to izvrši, mogu se za te pojedinačne osnovne statički određene sisteme naći jedinične uticajne raspodele pritiska na kontaktnoj površini temeljne konstrukcije i t_a , i to za jedinične vrednosti sila $S^{1.0} = 1.0 t$, ispod stubova pojedinih prostih sistema. Pošto je za homogen i izotropan poluprostor u važnosti princip proporcionalnosti, mogu se prvo dobiti raspodele pritiska, za određeno opterećenje i za osnovni sistem, množenjem intenziteta jediničnih uticajnih raspodela dobijenih za $S^{1.0} = 1.0 t$ veličinama stvarnih sila, S . Zatim superpozicijom dobijenih rezultata za osnovne sisteme mogu se dobiti stvarne raspodele pritiska za ceo kontinualni sistem (sl. 22, c).

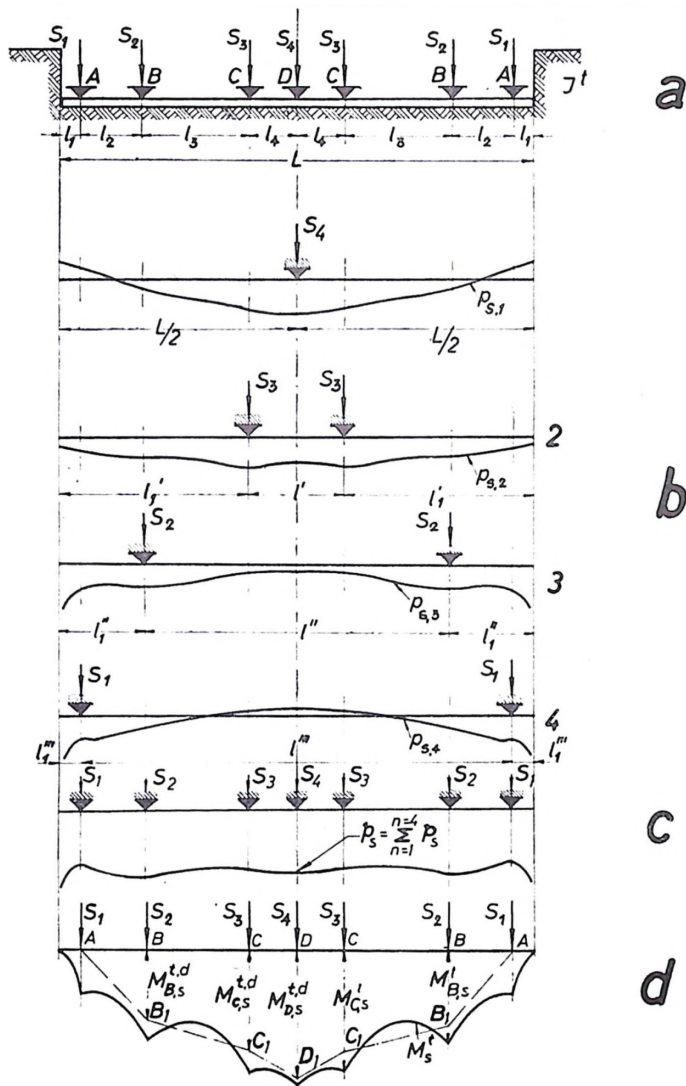
Kad je određena raspodela pritiska p_s ispod kontinualnog sistema, moguće je sračunati i sve ostale potrebne veličine i dimenzionisati ceo sistem.

Treba odmah napomenuti da je ovaj način rada naročito povoljan kad se međusobno menjaju — za razne slučajeve opterećenja — veličine i odnosi sila S . Tada je za sve odnose sila S moguće jednostavnim množenjem intenziteta jediničnih raspodela pritiska dobiti i sve stvarne raspodele pritiska za razne slučajeve opterećenja.

Osim toga — kako će se kasnije videti — moguće je ovim načinom računanja odrediti i uslove pod kojima će biti sleganja pojedinih oslonaca međusobno jednaka.

Neka je dat kontinualni sistem, S' , opterećen silama S_1 i S_2 , prikazan na slici 23.

Razložimo kontinualni sistem na dva osnovna sistema, kako je već ranije rečeno, i nađimo jedinične raspodele pritiska $p_1^{1\cdot0}$ i $p_2^{1\cdot0}$, kao i sleganja osnovnih sistema za jedinična opterećenja, $s_{A,1}^{1\cdot0}$ i $s_{B,1}^{1\cdot0}$, i sleganja, $s_{A,2}^{1\cdot0}$ i $s_{B,2}^{1\cdot0}$.



Sl. 22.

Način raščlanavanja kontinualnog nosača na osnovne sisteme, radi dobijanja raspodele pritiska i momenta savijanja:

- a) shema kontinualnog nosača;
- b) osnovni sistemi;
- c) raspodela pritiska;
- d) momentna površina

Superpozicijom raspodela osnovnih sistema za jedinično opterećenje možemo po potrebi dobiti jediničnu raspodelu pritisaka za kontinualni nosač $p_s^{1,0}$. Ukoliko ta raspodela nije potrebna, mogu se odmah iz jediničnih raspodela pritisaka dobiti raspodele pritisaka za osnovne sisteme i za intenzitete sila S_1 i S_2 — jednostavnim množenjem dobijenih jediničnih pritisaka veličinama sila S_1 i S_2 . Superpozicijom tih raspodela dobijamo konačnu raspodelu pritisaka p_s za kontinualni nosač i dato opterećenje (sl. 23, b). Na isti način, množenjem dobijenih jediničnih vrednosti za sleganje oslonaca veličinama sila S_1 i S_2 dobiće se, posle njihove superpozicije, veličine sleganja oslonaca kontinualnog nosača, i to pomoću sledećih obrazaca:

$$\begin{aligned} s_A &= S_1 \cdot s_{A,1}^{1,0} + S_2 \cdot s_{A,2}^{1,0}; \\ s_B &= S_1 \cdot s_{B,1}^{1,0} + S_2 \cdot s_{B,2}^{1,0} \end{aligned} \quad (12)$$

Elastična linija kontinualnog sistema S' može biti — posmatrano uopšte — povijena konkavnom stranom prema gore (ΔU pozitivno) ili dole (ΔU negativno, sl. 23, c). U specijalno najpovoljnijem slučaju biće ΔU jednako nuli.

Ako se dobijenom raspodelom pritisaka p_s optereti kontinualni sistem i ako se pretpostavi da su oslonci kontinualnog nosača fiksni pa se sračunaju oslonačke sile, dobiće se reakcije na osloncima R_1 i R_2 koje će se razlikovati od sila S_1 i S_2 (sl. 23, b).

Ako je ΔU pozitivno, biće $R_1 < S_1$, a $R_2 > S_2$, i obratno. Razlike sila R i S daju sile Δ , te će biti u ovom slučaju (ako je ΔU pozitivno)

$$\begin{aligned} R_1 &= S_1 - \Delta_A; \\ R_2 &= S_2 - \Delta_B \end{aligned} \quad (13)$$

pri čemu mora biti, u ovom slučaju radi uslova ravnoteže, $2\Delta_A = -\Delta_B$. Ukoliko je ΔU negativno, promeniće se predznaci u jednačinama (13). Sile Δ savijaju kontinualni nosač i izazivaju momente savijanja koji potiču od nejednakih sleganja oslonaca. Te momente savijanja označimo sa $M_s^{l,d}$, a zvaćemo ih dalje dodatnim momentima usled razlika oslonačkih sila Δ . U ispitivanom slučaju sile Δ izazvaće prema tome momente savijanja čija će površina biti oblika koji je prikazan na slici 23, d, a veličina momenata savijanja u tački B će iznositi

$$M_{B,s}^{l,d} = \Delta_A \cdot l/2 \quad (14)$$

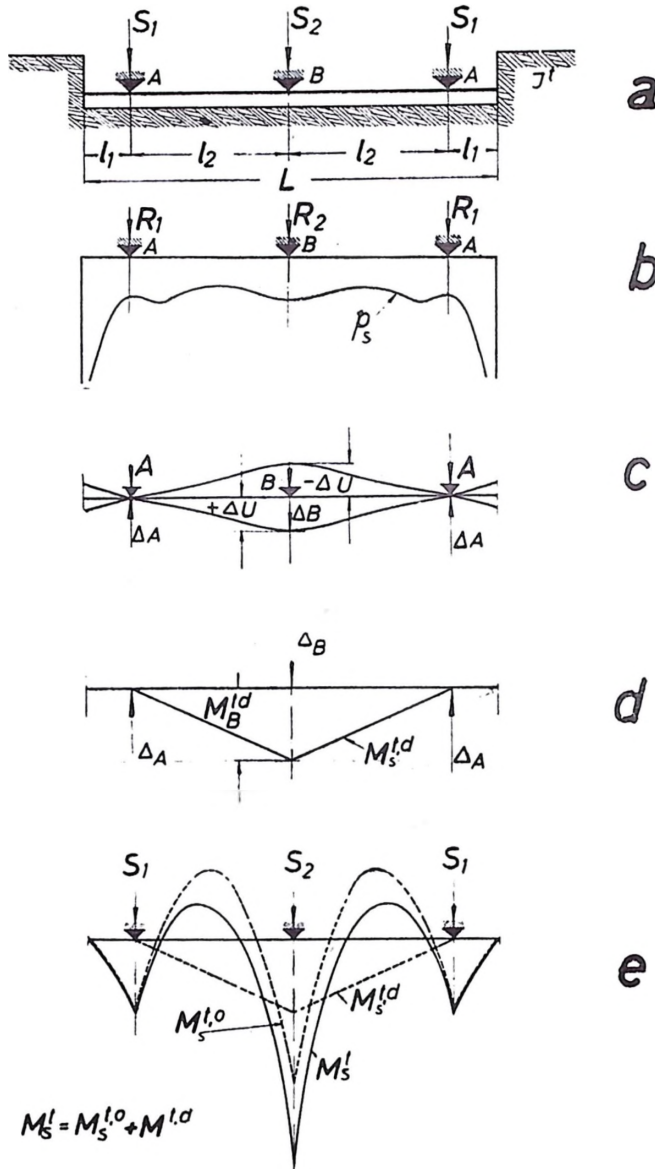
Dodatni momenti $M_s^{l,d}$, njihove veličine i veličine njihovih momentnih površina vrlo su značajni za konstrukcije kontinualnih temeljnih sistema. Ako su ti momenti ispod oslonaca veliki, sistemi su — kako je ranije rečeno — nepovoljno opterećeni, i obratno. Oni mogu postati vrlo veliki, naročito u slučaju dugačkih kontinualnih temeljnih sistema i sistema sa većim rasponima, gde i manje veličine sila Δ izazivaju relativno velike momente savijanja (vidi sl. 22, d).

Zbog njih treba u slučaju dugačkih kontinualnih temeljnih sistema koji su nepovoljno opterećeni ubacivati na izvesnim rastojanjima dilatacione spojnice.

Momentna površina koja se dobije za sistem S' može se podeliti na dva dela. Na jedan deo koji potiče od opterećenja temeljnog sistema S' raspodelom p_s (ako se uzme, za momenat, da ne postoje međusobne razlike u sleganjima oslonaca) i na drugi deo koji potiče od razlika oslonačkih sila S i R (sile Δ).

Prvi deo momentne površine se menja u relativno vrlo uskim granicama ako se menja krutost temeljnog sistema I i stišljivost tla, E_s .

Drugi deo, međutim, menja njem veličina I i E_s , stiče znatne razlike i u veličini momenata $M_s^{t,d}$ i u veličini momentnih površina. Koliko te promene momenata



Sl. 23.

Kontinualni nosač preko dva polja sa konzolama;

- a) shema nosača;
- b) stvarna raspodela pritiska;
- c) mogući oblici elastične linije;
- d) dijagram dodatnih momenata;
- e) momentne površine



$M_s^{1,d}$ mogu da budu za jednu istu temeljnu kontinualnu konstrukciju S' , pokazano je kasnije na jednom primeru.

Za zadato opterećenje smanjenje sila Δ može da se postigne menjanjem raspona konzola (to je moguće i efikasno naročito u slučaju kraćih kontinualnih sistema, preko malog broja polja) ili smanjivanjem stepena apsolutne krutosti, K , temeljnog sistema, ukoliko to dozvoljava konstrukcija objekta.

Kako je ranije rečeno, najpovoljniji slučaj opterećenja kontinualnog sistema je kad su sile Δ jednake nuli, tj. kad su momenti savijanja $M_s^{1,d}$ jednaki nuli. Stoga ćemo razmotriti gde, kako i na koji način se to može da postigne i pod kojim uslovima.

USLOVI JEDNAKIH SLEGANJA OSLOMACA

Uslovi jednakih sleganja svih oslonaca mogu se dobiti za pojedine slučajeve kontinualnih nosača uz postavljanje uslova da zbrovi jediničnih sleganja pomnoženi odgovarajućim silama S' moraju biti međusobno jednaki.

Pretpostavimo da je kontinualni sistem S' prikazan na slici 24. opterećen nekim drugim sistemom sila S' , umesto sistemom S , uz uslov da mora biti

$$\sum S' = \sum S \dots \dots \dots (15)$$

Novi sistem sila S' treba tako odabrati da bude zadovoljen sledeći uslov:

$$s_{A,1} + s_{A,2} = s_{B,1} + s_{B,2} \dots \dots \dots (16)$$

gde su $s_{A,1}$ i $s_{B,1}$ sleganje ispod oslonaca za osnovni sistem grede sa prepusitima opterećene silama S'_1 , a $s_{A,2}$ i $s_{B,2}$ sleganja ispod oslonaca za osnovni sistem temelja samca opterećenog silom S'_2 .

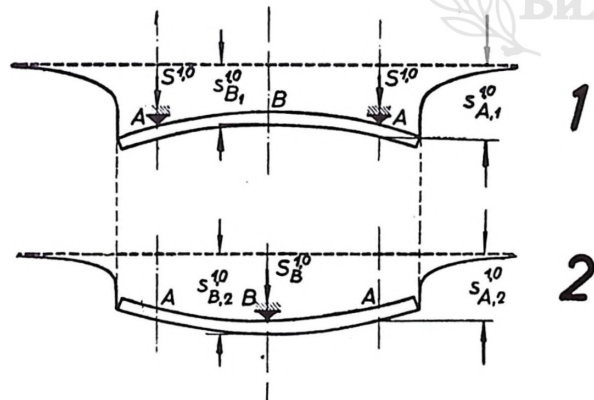
Iz slike 24. vidi se da je

$$s_{A,1} = s_{A,1}^{1,0} \cdot S'_1, \\ s_{B,1} = s_{B,1}^{1,0} \cdot S'_2, \text{ itd. } \dots (17)$$

te se može napisati na osnovu jednačine (16) da je:

$$s_{A,1}^{1,0} \cdot S'_1 + s_{A,2}^{1,0} = \\ = s_{B,1}^{1,0} \cdot S'_1 + s_{B,2}^{1,0} \cdot S'_2. \quad (18)$$

Rešenjem ove jednačine izdvajanjem odnosa $\frac{S'_2}{S'_1}$ dobija se



Sl. 24. Shema za proračun sleganja u slučaju kontinualnog nosača razloženog na osnovne sisteme

$$\frac{S'_2}{S'_1} = \frac{s_{A,1}^{1,0} - s_{B,1}^{1,0}}{s_{B,2}^{1,0} - s_{A,2}^{1,0}} \dots \dots \dots (19)$$

Na isti način dobijaju se odnosi za kontinualne nosače preko 4 i 5 polja sa

$$\frac{S_2'}{S_1'} = \frac{S_{A,1}^{1,0} (S_{B,3}^{1,0} - S_{C,3}^{1,0}) + S_{B,1}^{1,0} (S_{C,3}^{1,0} - S_{A,3}^{1,0}) + S_{C,1}^{1,0} (S_{A,3}^{1,0} - S_{B,3}^{1,0})}{S_{A,3}^{1,0} (S_{B,2}^{1,0} - S_{C,2}^{1,0}) + S_{B,3}^{1,0} (S_{C,2}^{1,0} - S_{A,2}^{1,0}) + S_{C,3}^{1,0} (S_{A,2}^{1,0} - S_{B,2}^{1,0})}$$

$$\frac{S_2'}{S_1'} = \frac{S_{A,1}^{1,0} (S_{B,2}^{1,0} - S_{C,2}^{1,0}) + S_{B,1}^{1,0} (S_{C,2}^{1,0} - S_{A,2}^{1,0}) + S_{C,1}^{1,0} (S_{A,2}^{1,0} - S_{B,2}^{1,0})}{S_{A,3}^{1,0} (S_{B,2}^{1,0} - S_{C,2}^{1,0}) + S_{B,3}^{1,0} (S_{C,2}^{1,0} - S_{A,2}^{1,0}) + S_{C,3}^{1,0} (S_{A,2}^{1,0} - S_{B,2}^{1,0})} \quad (20)$$

Analogne jednačine za odnose moguće je postaviti i za 6 i više polja.

UTICAJ POJEDINIH PARAMETARA NA VELIČINE MOMENATA $M_s^{t,d}$

Ako se pretpostavi da je način opterećenja jednog kontinualnog temeljnog sistema dat i određen, onda na veličine momenata $M_s^{t,d}$, koji se javljaju usled nejednakih sleganja oslonaca, utiču sledeći parametri:

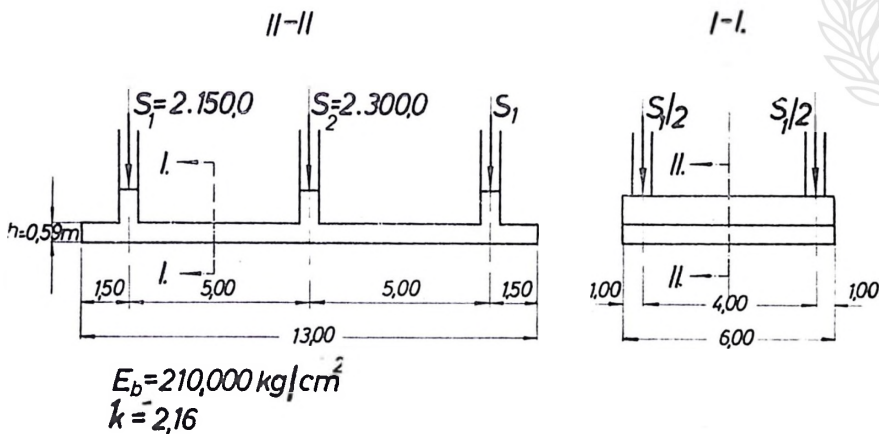
krutost, I , kontinualnog sistema S' ;

modul deformacija tla, E_s ;

odnosi oblika i raspona temeljne konstrukcije dati vrednostima k i r (ovde se uglavnom misli na povećanje ili smanjenje konzola temeljne konstrukcije).

Stoga će biti prvo razmotren uticaj ovih parametara, a zatim i uticaj promena opterećenja. Smatramo da se sve ovo najbolje može obraditi i prikazati na jednom primeru.

Neka je dat kontinualni temeljni sistem koji je prikazan na slici 25.



Sl. 25.

Primer kontinualnog nosača koji je ispittvan

Na tom primeru variranjem pojedinih parametara prikazan je njihov uticaj na konstruktivne karakteristike temeljnih konstrukcija i veličine momenata $M_s^{t,d}$.

a) UTICAJ PROMENE KRUTOSTI, I'

Dati nosač ispitan je za četiri razne veličine krutosti temeljne konstrukcije, I' , i to za 0,027, 0,108, 0,587 i 5,870 m^4 , i za te vrednosti su sračunate veličine momenata. Osim toga, uz primenu napred opisane metode nije bilo teško sračunati i odgovarajuće vrednosti momenata $M_{B,S}^{I',d}$ za razne druge slučajeve opterećenja, menjanjem odnosa sila S .

Rezultati ispitivanja dati su u tabeli I za oslonac B i za vrednost $E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$.

TABELA I

$E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$

Odnos sila $S_2 : S_1$	Vrednost momenata $M_{B,S}^{I',d}$ za razne vrednosti I' :			
	0,027	0,108	0,587	5,870 m^4
3,0	57,41	168,73	489,51	877,06
2,0	38,40	114,60	334,59	608,33
1,5	25,00	75,93	224,91	403,73
1,0	7,00	24,37	78,19	143,66
0,75	— 4,45	— 8,43	— 15,04	— 21,70
0,50	— 18,20	— 47,80	— 126,94	— 220,45
0,25	— 35,00	— 95,93	— 263,67	— 463,20

Osim toga, za razne vrednosti I' sračunati su i odnosi sila S_1/S_2 kada momenti $M_{B,S}^{I',d}$ postaju jednaki nuli, odnosno kada se oslonci jednako sležu (sile Δ jednake nuli, vidi tabelu II). Najpovoljniji slučajevi opterećenja dobijeni su upotrebom jednačine (19).

TABELA II

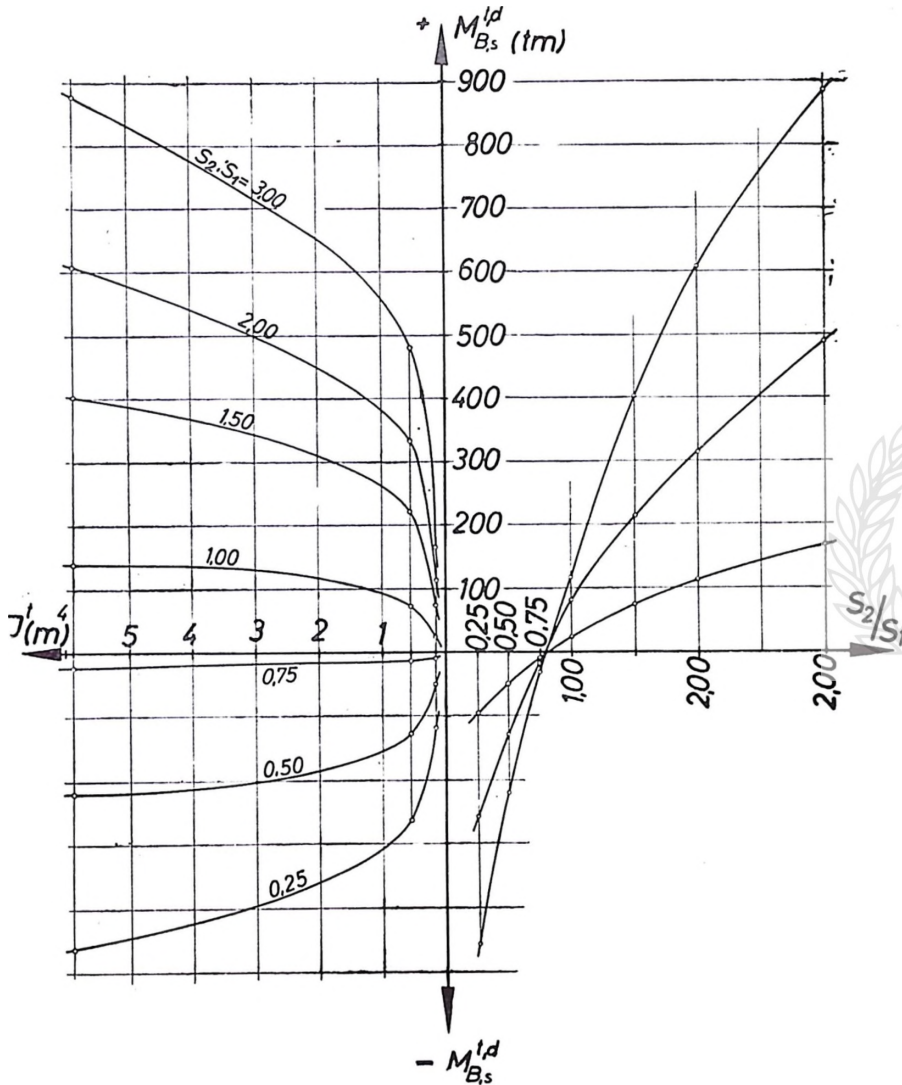
$E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$

Krutost sistema I' ,	Odnos sila
I', m^4	$S_2 : S_1$
0,027	0,843
0,108	0,810
0,587	0,785
5,870	0,791

Dobijeni rezultati prikazani su grafički u dijagramu na slici 26, i to su jedanput dati momenti savijanja $M_{B,S}^{I',d}$ u zavisnosti od krutosti sistema, I' , a drugi put — u zavisnosti od odnosa sila, S . Iz priloženog dijagrama i rezultata na tabelama I i II, može da se zaključi sledeće:

Što je veća krutost temeljnog sistema I , to su veće i vrednosti dodatnih momenata $M_s^{t,d}$. Najpovoljniji slučaj opterećenja je kad su ti momenti jednaki nuli.

Veličina dodatnih momenata $M_s^{t,d}$ zavisi u velikoj meri od načina opterećenja temeljne konstrukcije. Najpovoljniji odnosi sila S dati u tabeli II ukazuju da taj odnos varira u vrlo uskim granicama, tako da se može praktično gotovo smatrati da — u povoljnim slučajevima opterećenja — promene krutosti konstrukcije



Sl. 26.

Zavisnost dodatnih momenata od krutosti temeljnog sistema i načina opterećenja nosača
 (razni odnosi sila $\frac{S_2}{S_1}$)

gotovo ne utiču na veličine momenata $M_s^{t,d}$, tj. ako je konstrukcija na povoljan način opterećena, može se usvojiti ona krutost sistema S' koja je najpoželjnija. Momenti $M_s^{t,d}$ neće se u tom slučaju mnogo menjati.

Najveće vrednosti dodatnih momenata $M_s^{t,d}$ uz konstantnu vrednost E_s javljaju se u slučaju nepovoljno opterećenih sistema S' , i to naročito ako je njihova krutost velika. Stoga — ukoliko drugi razlozi ne zahtevaju usvajanje temeljnih sistema sa velikom krutosti — pošto se obično ne može da menja način opterećenja, treba u tim slučajevima usvajati temeljne sisteme (ako su oni nepovoljno opterećeni) sa što je moguće manjom krutosti.

Osim smanjivanjem krutosti, mogu se u izvesnim slučajevima postići smanjenja dodatnih momenata $M_s^{t,d}$ i menjanjem oblika sistema S' (vidi dalji tekst).

Ako se želi da ustanovi koliki može da bude uticaj momenata $M_s^{t,d}$ na veličine momentnih površina, dolazi se do konstatacije da su ti uticaji vrlo veliki (sl. 27).

U Tabeli III date su veličine površina momenata savijanja koje su dobijene za razne krutosti sistema S' , pri vrednosti modula deformacija $E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$.

TABELA III

$E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$

Krutost sistema S' izražena sa m^4	Veličine momentnih površina za slučajeve:							
	sa razlikama u sleganjima oslonaca tm^2				kad su sleganja oslonaca međusobno jednaka tm^2			
	$P_+^{t,d}$	$P_-^{t,d}$	$\Sigma P^{t,d}$	%	$P_+^{t,0}$	$P_-^{t,0}$	$\Sigma P^{t,0}$	%
0,027	404	250	654	109	425	237	662	100
0,108	660	172	832	138	518	269	787	119
0,587	1710	—	1710	284	549	279	828	124
5,870	3203	—	3203	530	566	269	835	126

Iz table III vidi se da se momentne površine malo menjaju u svojim veličinama sa promenom krutosti sistema S' ako su sleganja oslonaca međusobno jednaka ($\Delta U = 0$; sile Δ jednake nuli ili momenti $M_s^{t,d}$ jednaki nuli), tj. ako je temeljni sistem povoljno opterećen.

Čim je međutim odnos sila S nepovoljan, to izaziva pojave većih dodatnih momenata $M_s^{t,d}$, te je potrebno ići na što manje krutosti sistema S' .

S obzirom na to da su veličine momenata savijanja, $M_s^{t,0}$, vrlo malo promenljive kad su sleganja oslonaca međusobno jednaka, to ih za grublje ocenjivanje možemo smatrati konstantnim pa na osnovu toga promatrati racionalnost jednog sistema samo na osnovu dodatnih momenata $M_s^{t,d}$, odnosno njihovih momentnih površina.

Prema tome, ako se rasponi $l_1, l_2, l_3 \dots$ kontinualnog temeljnog nosača međusobno višestruko ne razlikuju, treba težiti da se suma momentnih površina, $P^{t,d}$, dodatnih momenata svede na minimum.

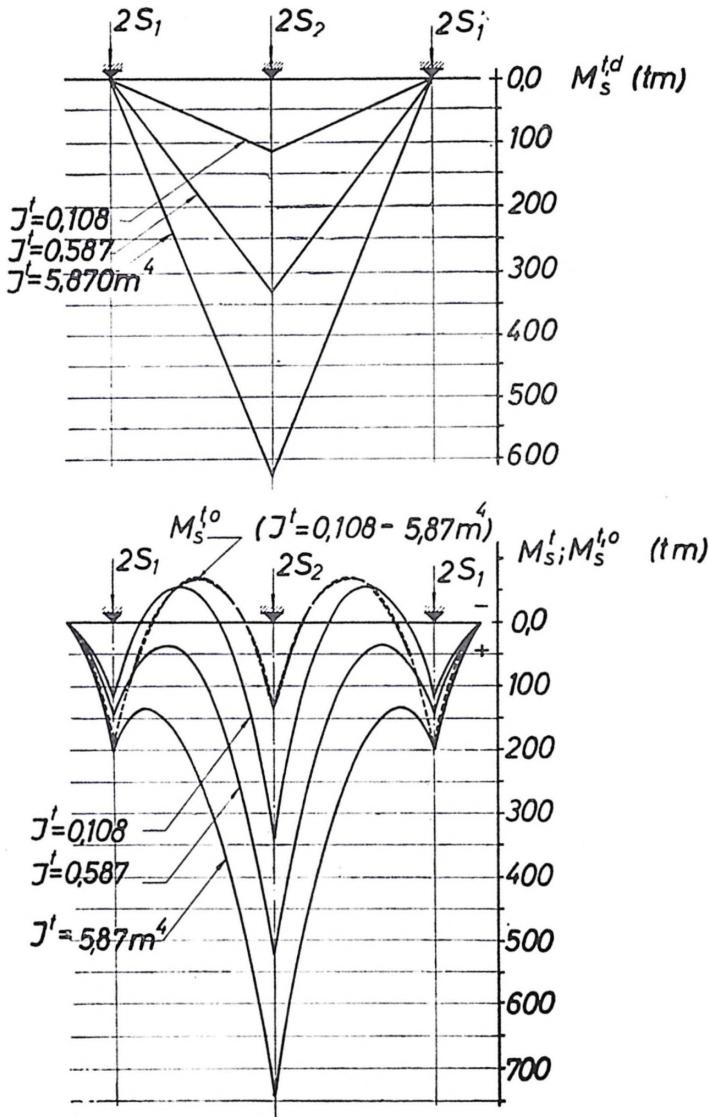
Isto važi i u velikoj većini slučajeva kad su rasponi l_1, l_2, l_3 višestruko različiti, ali ne uvek.

Kao manje tačan kriterij, koji može da posluži za grublju orijentaciju, može biti uslov da suma pozitivnih i negativnih momentnih površina temeljne konstrukcije bude međusobno jednaka.

b) UTICAJ PROMENA MODULA DEFORMACIJA TLA, E_s

Ako se postupi na isti način kao i u ispitivanju u promenama krutosti sistema S^i , uz menjanje vrednosti modula deformacija E_s i odnose sila S dobijaju se analogni rezultati, koji su prikazani u tabelama IV i V i dijagramu na sl. 28.

$$E_s = \text{const} = 1000 \text{ kg/cm}^2$$



Sl. 27.

Dijagram dodatnih i stvarnih momenata savijanja za razne krutosti ispitivanog nosača.

Pri tom su proračuni izvršeni za tri razne vrednosti modula deformacija, i to: 40, 200 i 1.000 kg/cm², i za razne odnose sila S_2/S_1 od 3,0 do 0,25.

TABELA IV

$$l' = 0.108 \text{ m}^4$$

Odnos sila $S_2 : S_1$	Vrednosti momenata $M_{B,s}^{l,d}$ za razne vrednosti modula E_s :		
	40	200	1.000 kg/cm ²
3,0	788,24	468,86	168,73
2,0	541,57	321,09	114,60
1,5	364,81	215,51	75,93
1,0	129,43	74,77	24,38
0,75	— 20,44	— 14,61	— 8,43
0,50	— 200,27	— 122,28	— 47,81
0,25	— 420,07	— 253,64	— 95,93

Osim toga, za razne vrednosti E_s sračunati su i odnosi sila S kada su sleganja oslonaca međusobno jednaka, odnosno odnosi sila kada su momenti $M_s^{l,d}$ jednaki nuli. Ti najpovoljniji slučajevi opterećenja dati su u tabeli V.

TABELA V

$$l' = 0.108 \text{ m}^4$$

Modul deformacija tla E_s u kg/cm ²	Odnos sila $S_2 : S_1$
40	0,781
200	0,788
1.000	0,810

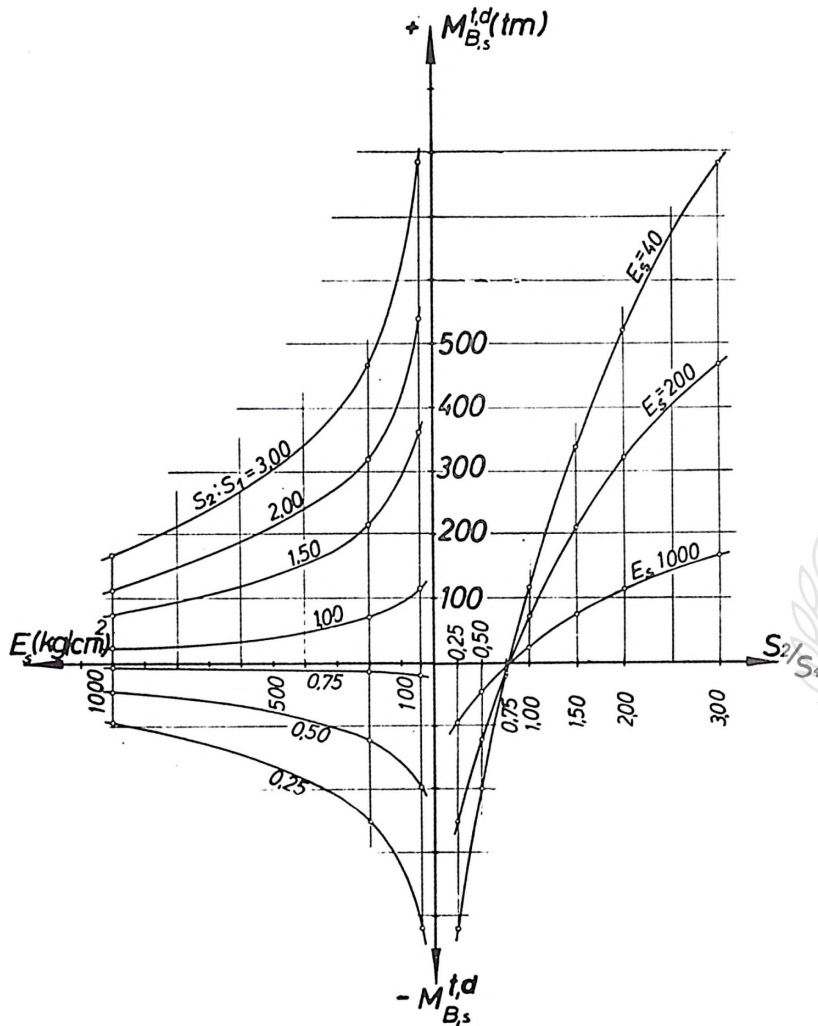
Iz tabela IV i V, kao i iz dijagrama prikazanog na slici 28, može se zaključiti sledeće:

Što je modul E_s veći, to su — za jedno te isto opterećenje — vrednosti dodatnih momenata $M_s^{l,d}$ manje, odnosno što E_s više opada, to sve više i više rastu momenti $M_s^{l,d}$.

Veličina, pa i postojanja uopšte momenata $M_s^{l,d}$, zavisi od odnosa sila S . Postoji, međutim, jedan odnos sila S_2/S_1 kada su momenti $M_{B,s}^{l,d}$ približno jednaki nuli (tabela V).

Ukoliko je sistem opterećen povoljnim odnosom sila S_2/S_1 , može se praktično smatrati da su momenti $M_{B,s}^{l,d}$ u tom slučaju gotovo nezavisni od promene modula deformacija.

Analogan dijagram promena momenata $M_s^{t,d}$ i površina momenata prikazan je na slici 29, kao i u slučaju kad su vršene promene krutosti temeljne kontinualne konstrukcije. U tabeli VI date su takode i veličine momentnih površina za razne slučajeve vrednosti modula E_s .



Sl. 28.

Zavisnost dodatnih momenata od modula deformacija E_s , i od načina opterećenja
 (odnos sila $\frac{S_2}{S_1}$)

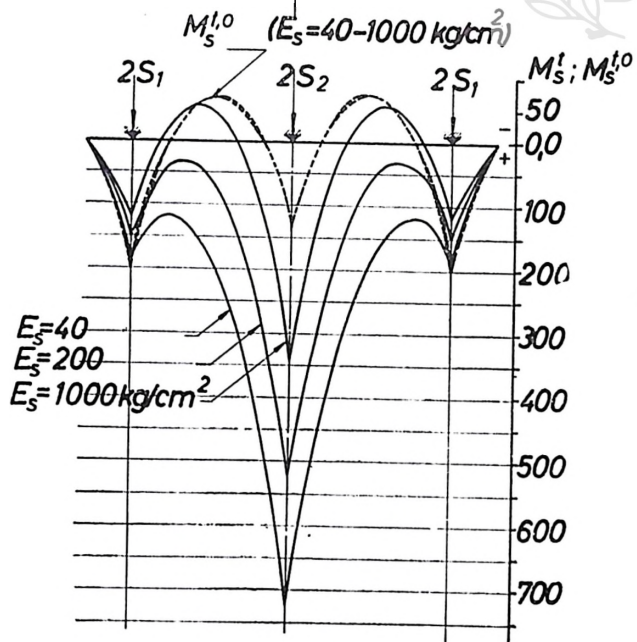
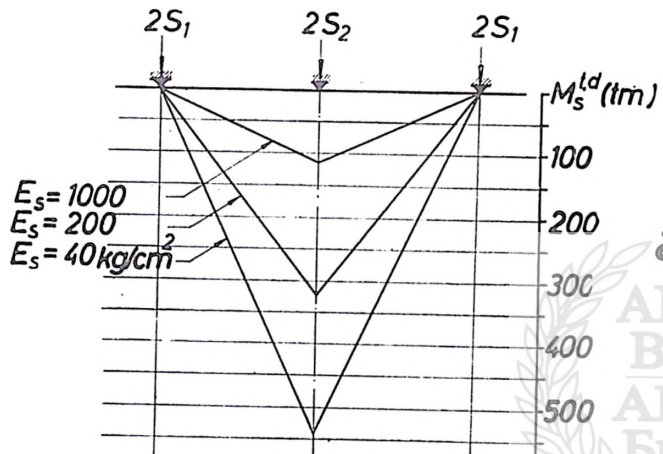
Prilikom analiziranja uticaja parametara I' i E_s ispitano je — kao najnepovoljniji — slučaj kad je velika krutost, $I' = 5,870 \text{ m}^4$, i veliki modul deformacija, $E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$. Treba konstatovati da bi se dobile još nepovoljnije vrednosti dodatnih momenata da je kombinovana velika krutost sa malim modulom deformacija, npr. $E_s = 40 \text{ kg/cm}^2$.

TABELA VI

$I' = 0,108 \text{ m}^4$

Modul deformacija E_s kg/cm ²	Veličine momentnih površina za slučajeve:							
	sa razlikama u sleganjima oslonaca, $P^{l,d}$ tm ²				kad su sleganja oslonaca međusobno jednaka, $P^{l,0}$ tm ²			
	$P_+^{l,d}$	$P_-^{l,d}$	$\Sigma P^{l,d}$	ψ_0	$P_+^{l,0}$	$P_-^{l,0}$	$\Sigma P^{l,0}$	ψ_0
40	2.860	—	2.860	380	560	272	832	126
200	1.520	—	1.520	202	549	273	822	124
1.000	660	172	832	110	515	269	787	100

$J' = \text{const} = 0,108 \text{ m}^4$



Sl 29.

Dijagram dodatnih momenta: a) za razne vrednosti modula deformacija E_s ; b) stvarne momentne površine za razne vrednosti modula deformacija

Ako posmatramo indekse u tabelama III i IV, vidimo da su promene u momentnim površinama relativno male ako se oslonci jednako sležu ($\Delta U = 0$), i da one mogu biti mnogostruko veće ako je E_s malen i ako je veličina krutosti I' nepovoljno odabrana.

Sažimajući rezultate dobijene promenama krutosti I' i modula deformacija, E_s , možemo da konstatujemo da se one ako je jedan kontinualan nosač povoljno opterećen mogu menjati u određenim, prilično širokim granicama i vrednosti I' i E_s a da se pri tom ne pojave znatnije promene momenata $M_s^{t,d}$. Drugim rečima, ako je nosač bio povoljno opterećen za izvesne vrednosti I' i E_s , on će ostati povoljno opterećen i ako se ove vrednosti menjaju u prilično širokim granicama.

Napomena: Smanjenje vrednosti momenata $M_s^{t,d}$ može se pored ostalog postići u izvesnim slučajevima i promenama oblika sistema S' , npr. smanjenjem širine temeljnog sistema.

c) UTICAJ PROMENA RASPONA KONZOLA

Uz usvajanje istih raspona u poljima (5,00 m), izvršeno je ispitivanje datog nosača menjanjem raspona konzola ($l_1 = 1,00$ m, 1,50 i 2,50 m).

Rezultati dobijenih ispitivanja prikazani su u tabelama VII i VIII i na slici 30.

TABELA VII

($I_t = 0,587 \text{ m}^4$, $E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$)

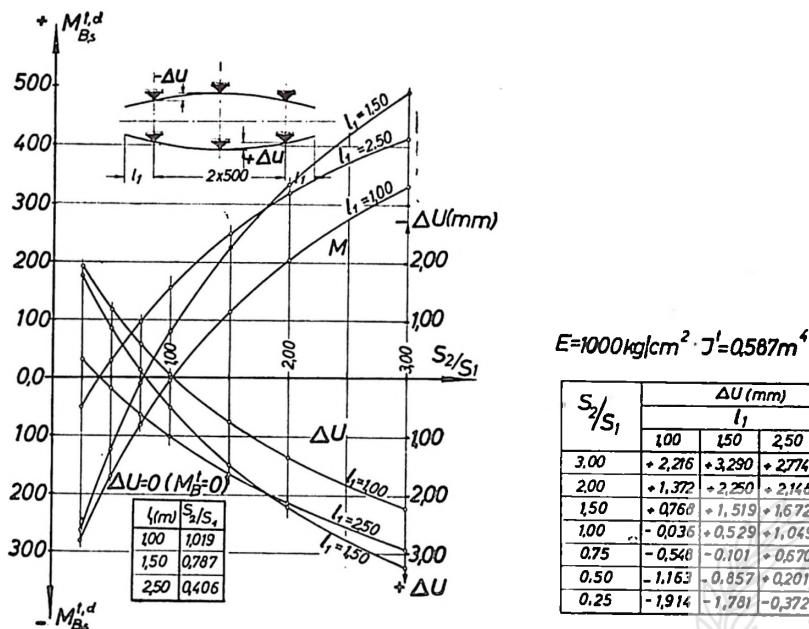
Odnos sila $S_2 : S_1$	Vrednosti momenata $M_{B.S}^{t,d}$ za razne raspona konzola l_1		
	$l_1 = 1,00 \text{ m}$	$l_1 = 1,50 \text{ m}$	$l_1 = 2,50 \text{ m}$
3,0	327,85	489,51	410,40
2,0	202,89	334,59	317,86
1,5	113,61	224,91	247,31
1,0	5,38	78,19	155,14
0,75	— 81,12	15,04	99,06
0,50	— 171,99	— 126,94	29,66
0,25	— 283,07	— 263,67	— 54,97

TABELA VIII

($I_t = 0,587 \text{ m}^4$, $E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$)

Rasponi konzola l_1 , u m	Odnos sila $S_2 : S_1$
1,00	1,019
1,50	0,787
2,50	0,406

Iz datih podataka vidi se da je moguće uticati znatno na veličine momenata $M_s^{t,d}$ menjanjem raspona konzola. To naročito važi za slučajeve kad je mali broj polja 1. Iz svega što je dosada izloženo o uticaju pojedinih parametara na racionalnost konstrukcija temeljnog kontinualnog sistema može da se zaključi sledeće:



Sl. 30.

Zavisnost veličine dodatnih momenata za razne načine opterećenja (odnos sila $\frac{S_2}{S_1}$); zavisnost razlike sleganja oslonaca ΔU od odnosa sila $\frac{S_2}{S_1}$; obe zavisnosti date za razne raspane konzola

Ako su za jedan određeni slučaj fundiranja na kontinualnom nosaču zadate vrednosti modula deformacija E_s i način opterećenja, može se na racionalnost konstrukcije uticati do izvesne mere:

- smanjivanjem krutosti kontinualnog sistema;
- povoljnim odabiranjem raspona konzola.

Pri tom treba voditi računa o činjenicama da veliko smanjenje krutosti vodi smanjenju kraka unutrašnjih sila, a time i većoj potrošnji čelika, kao i da se efikasno može uticati menjanjem raspona konzola samo u izvesnim slučajevima (mali broj polja kontinualnog sistema).

Kao kriterij za dovoljno tačnu ocenu racionalnosti odabranog oblika i kontinualnog nosača uopšte mogu da posluže vrednosti momenata savijanja $M_s^{t,d}$ ako se proračun konstrukcije vrši po metodi koja je prikazana na početku ovog poglavlja. Treba nastojati da se vrednosti tih momenata savijanja, podešavanjem navedenih parametara, svedu na što manju meru.

Veličine transverzalnih sila mogu se dobiti u pojedinim poljima iz momentnih površina.

PRIMENA METODA PRORAČUNA KONTINUALNIH TEMELJNIH NOSAČA
POMOĆU KOEFICIJENATA α i β

U poglavljima 1. i 2. ovog Dela izložene su metode proračuna temelja samaca i greda sa prepustima, pri čemu su upotrebljeni za proračun dijagrami sa koeficijentima α i β , pomoću kojih je bilo moguće dobiti vrlo brzo statičke veličine potrebne za proračun tih temeljnih sistema. Na isti način sračunate su i veličine koeficijenata β , u slučajevima kad je odnos $r = \infty$ (nosač ispod dva stuba bez konzola). U tom slučaju su koeficijenti β određeni u odnosu na momente pravolinijske raspodele za sredinu temeljnog nosača, $M_{c,pr}$, pošto su momenti nad osloncima $M_{A,pr}$ tada jednaki nuli.

Pomoću istih dijagrama i koeficijenata mogu se sračunati na analogan način i kontinualni temeljni sistemi ako se primeni metoda razlaganja kontinualnih nosača na osnovne sisteme.

Da bi se omogućilo proračunavanje i ovih nosača na isti način, bilo je samo potrebno proširiti skale vrednosti odnosa r i k , pošto se u slučaju kontinualnih temeljnih nosača mogu da jave znatno veći odnosi k i znatno veći ili manji odnosi r ,

Da bi se dobile statičke vrednosti za proračun jednog kontinualnog temeljnog nosača, potrebno je učiniti sledeće:

- raščlaniti kontinualni temeljni nosač na osnovne sisteme;
- prethodno pretpostaviti i usvojiti veličine E_b , E_s , I , B i L , te na osnovu njih sračunati prema obrascu 6 vrednost stepena apsolutne krutosti, K , i vrednosti odnosa r i k ;
- za svaki od osnovnih sistema odrediti koeficijente α i β za proračun stvarnih momenata savijanja, i to za razne preseke, koristeći se pri tom odgovarajućim dijagramima (Deo IV);
- sračunati za osnovne sisteme vrednosti momenata savijanja u tačkama ispod oslonaca, i to za pravolinijske raspodele; množenjem ovih vrednosti dobijenim koeficijentima α i β dobiće se za pojedine osnovne sisteme vrednosti stvarnih momenata savijanja u pojediniim presecima, te će se na osnovu njih nacrtati za pojedine osnovne sisteme linije momenata;
- izvršiti superpoziciju momentnih površina svih osnovnih sistema pa će se kao rezultat dobiti linija momenata za ceo kontinualni temeljni sistem;
- kad su poznate vrednosti momenata savijanja, sračunati iz njih i veličine transverzalnih sila, posmatrajući svako polje kontinualnog nosača posebno, ako je to potrebno).

Citiranim postupkom mogu se dobiti vrlo brzo konačne vrednosti momenata za proračun kontinualnih nosača, i pritom uzeti u obzir stišljivosti tla i krutosti temeljnog sistema.

S obzirom na mogućnost vrlo brzog dobijanja rezultata, može se proračun ponoviti i više puta kako bi se za izvesnu temelnu konstrukciju pronašao što ekonomičniji sistem.

Treba međutim naglasiti da je ova metoda proračuna naročito podesna kad ima za jednu konstrukciju niz slučajeva opterećenja koje treba ispitati i na osnovu svih tih ispitivanja doneti konačnu odluku o tome koja je od konstrukcija u datom slučaju najpovoljnija, kako sa konstruktivne tačke gledišta, tako i sa stannovišta ekonomičnosti.

Brojni primer je dat u Delu III. pod br. 4.

TAČNOST IZLOŽENE METODE PRORAČUNA KOEFICIJENTIMA α i β

S obzirom na to da je svaka linija raspodele pritiska određena sa najmanje 5 tačaka (na polovini nosača), greške usled netačnosti prilikom povlačenja linija u dijagramima svedene su na minimum. Osim toga, merila su odabrana u dijagramima tako da dozvoljavaju tačnost očitavanja vrednosti koeficijenata α i β najmanje sa dve decimale. Prema tome, ako su odnosi r i k odabrani tako da se njihove vrednosti u dijagramima nalaze na linijama koje su računate, tačnost proračuna se može smatrati da je gotovo ista onolika kolika bi bila i kad bi se radio detaljan proračun.

Ukoliko vrednosti odnosa r i k nisu na računatim linijama, tačnost rezultata se bitno smanjuje, jer je potrebno izvršiti interpolaciju u prostoru između susednih linija. Pri tom treba imati u vidu i činjenicu da vrednosti koeficijenata α i β stoje u linearnom odnosu sa stvarnim momentima savijanja koje računamo, te da i greške koje bi se dobile u čitanju koeficijenata α i β ostaju u istom odnosu tačnosti.

Postoje, međutim, drugi izvori netačnosti na koje je potrebno ukazati. Razni nosači su računati deljenjem nosača na manji ili veći broj lamela. Pri tom se nastojalo da broj lamela bude što je moguće ujednačeniji, ali su ipak razlike u broju lamela ostale prilikom proračuna prilično velike (5—12) na jednoj polovini nosača. Smanjivanjem broja lamela smanjuje se i tačnost dobijenih rezultata, i obrnuto, te stoga nije u svim dijagramima postizana uvek ista tačnost. Ista tačnost čak nije mogla biti postignuta ni u jednom istom dijagramu. Npr. za jedan temeljni nosač koji je prikazan na sl. 31. i računat tri puta, i to sa 4, 8 i 16 lamela, dobijene su raspodele prikazane na istoj slici pod 31 d. koje se međusobno razlikuju. Za taj slučaj sračunate merodavne vrednosti momenata savijanja u odgovarajućim preseccima dobijene su razlikama koje se nalaze oko 1,3%.

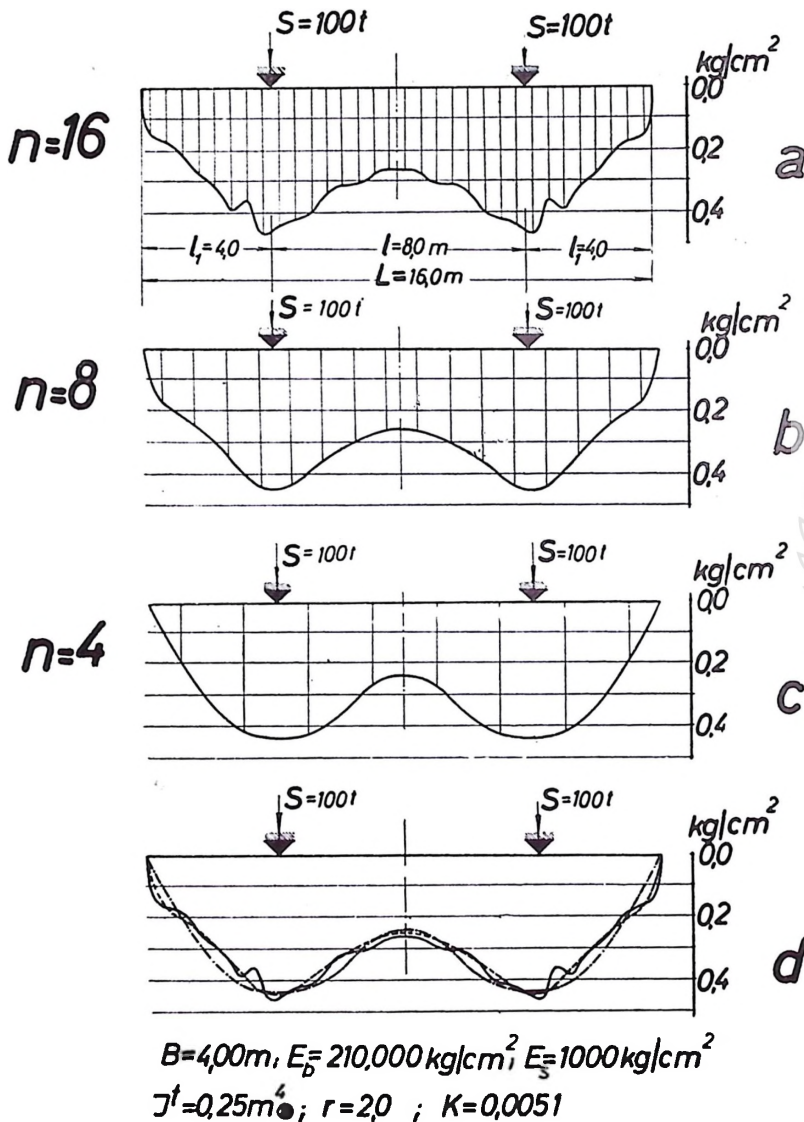
Drugi uzrok netačnosti može da se javi u slučaju malih vrednosti odnosa k usled toga što se takvi nosači nalaze već u blizini domena za koji bi bilo bolje računati ih kao ploče; tj. u slučaju takvih nosača već se ne može smatrati da je proračun sasvim tačan, pošto raspodele pritiska u poprečnom pravcu nisu nepromenljive po intenzitetu, nego se već i u tom pravcu menjaju.

Treći uzrok netačnosti leži u tome što se podeljena opterećenja prilikom proračuna pretvaraju u koncentrisana. Ove netačnosti metode mogu da budu nešto veće u slučajevima kad su temeljni nosači sa konzolama malih raspona, te se zamenom podeljenog opterećenja (pri čemu je intenzitet podeljenog opterećenja unutar jedne lamele jako različit) koncentrisanom silom dobijaju odstupanja koja mogu biti nešto veća.

Da bi se ove netačnosti uklonile, izvršeno je korigovanje dobijenih vrednosti na taj način što su momenti savijanja na konzolama računati naknadnim deljenjem raspodele pritiska na konzolama na više lamela.

Međutim, treba istaći da svi ovi izvori grešaka postoje u slučaju tačnije metode proračuna te da je tačnost i ovih „tačnijih“ metoda proračuna nešto manja. Prilikom proračuna vrednosti za koeficijente α i β primenjene su iste „tačnije“ metode proračuna, te ukoliko su te metode netačne, onda su uglavnom u istoj meri netačni i rezultati dobijeni pomoću koeficijenata α i β . Na njihovu tačnost mogu jedino da utiču netačnosti usled interpoliranja, ukoliko se druge netačnosti, koje su spomenute, pripišu samoj metodi proračuna uopšte.

Ipak se može da usvoji da svi pobrojani uzroci netačnosti neće iznositi više od izvesnog malog broja procenata naviše ili naniže od stvarnih vrednosti, te se tom tačnosti možemo da zadovoljimo. Jer, kad uzmemo u obzir stepen tačnosti prilikom određivanja modula deformacija betona i tla, kao i eventualne neujednačenosti krutosti temeljnog nosača, ti stepeni tačnosti će biti u svakom slučaju manji od onih koji potiču od navedenih metoda proračuna.



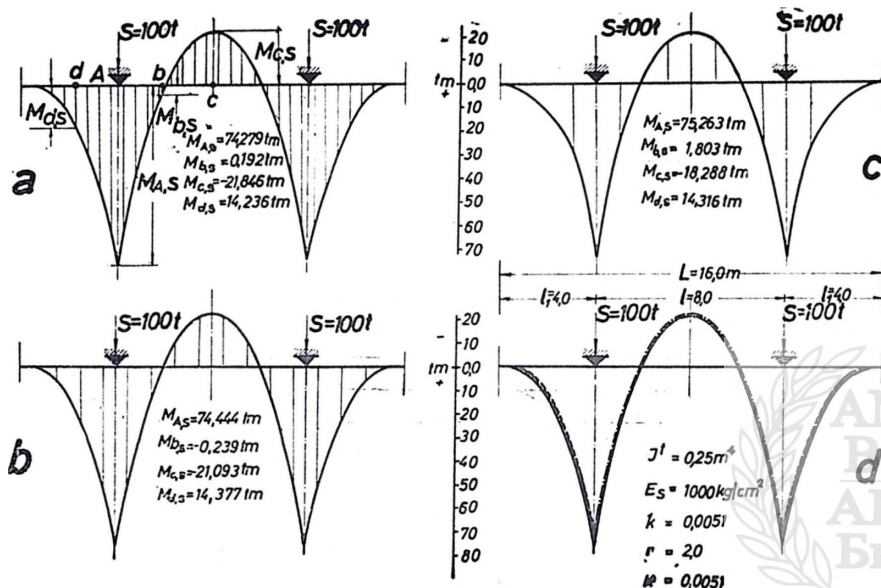
Sl. 31.

Promene linija raspodele u zavisnosti od broja lamela na koje je nosač podeljen:
 a) 16 lamela; b) 8 lamela; c) 4 lamele; d) linije raspodele za sve slučajeve

NEDOSTACI I PREDNOSTI PREDLOŽENE METODE.

Kao nedostatak ove metode može da se smatra to što se ona zasada može da primeni samo na simetrične slučajeve opterećenja i samo na one vrste tla koje se mogu smatrati homogenim i izotropnim.

Izneta metoda proračuna temeljnih nosača pruža međutim mogućnosti vrlo brzog proračuna temeljnih nosača, ukoliko se uzmu u obzir krutost temeljnih sistema i stišljivost tla. Brz i jednostavan način iznalaženja momenata savijanja temeljnih nosača, naročito u slučaju kontinualnih nosača, je veoma koristan za primenu u praksu.



Sl. 32.

Veličine momenata savijanja dobijene za razne raspodele date u slici 31:

- a) 16 lamela; b) lamela; c) 4 lamele;
d) maksimalne i minimalne dobijene vrednosti momenata savijanja

Kao dalja prednost ove metode može da se smatra činjenica da se direktno dobijaju vrednosti momenata savijanja, a ne vrednosti pomoću kojih se tek mogu proračunom određivati ti momenti (npr. raspodele pritisaka).

Veoma kratak, brz i jednostavan postupak prilikom proračunavanja potrebnih statičkih veličina pruža još i sledeće koristi:

— moguće je za svaki pojedinačni slučaj opterećenja dobiti brzo momente savijanja, a time i bolji uvid u rad same konstrukcije;

— mogu se sa lakoćom ispitati uticaji promene pojedinih parametara, te uočiti promene u naprezanju konstrukcije izazvane promenama tih parametara (E_s , E_b , l);

— na isti način mogu se ispitati i promene izazvane menjanjem karakterističnih odnosa r , k i K , te izvršiti ekonomičan izbor temeljne konstrukcije;

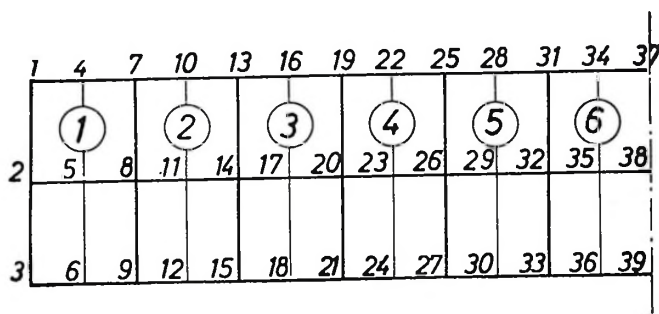
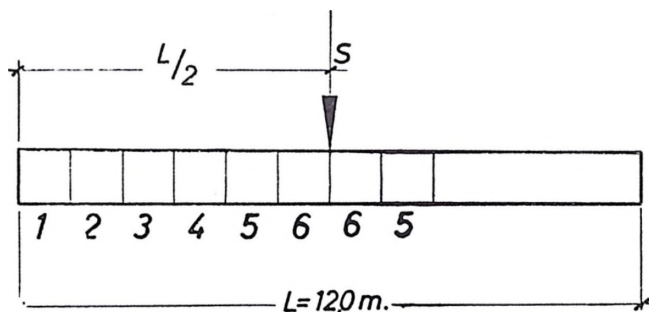
— na kraju, ovakva brza metoda pruža konstruktorima mogućnost da osele međusobnu igru spoljašnjih i unutrašnjih sila, te da na osnovu toga dobiju jasniji uvid u raspodelu napona i deformacije temeljnih konstrukcija položenih na stišljivo tlo, te bolji osećaj za to.

TREĆI DEO

PRIMERI ZA PRIMENU DATIH DIJAGRAMA

1. PRIMER

Zadatak: Za temelj samac dimenzija $2,00 \times 12,00$ m iznači raspodelu pritiska na tlo ako je opterećen koncentrisanom silom $S=100,0$ t koja deluje u centru površine temeljnog nosača samca. Krutost nosača je konstantna po celoj dužini i iznosi $I=2,7$ m⁴. Tlo je karakterisano modulom deformacija $E_s = 1.000$ kg/cm².



Sl. 33

Šema podele nosača na lamele

Rešenje:

a) SLEGANJE TLA ISPOD TEMELJNOG NOSAČA

Celi nosač podeljen je na lamele širine 1,00 m. Za površinu jednaku veličini jedne lamele i opterećenu silom $S=1,0$ t sračunata su prosečna sleganja tla ispod te opterećene površine. Isto to je još učinjeno na 11 mesta opterećene površine, i to na rastojanjima širine jedne lamele od 1,00 m (s-linija) Proračun je izvršen po obrascu

$$s_n = q \cdot \frac{1 - \mu^2}{E_s} \cdot b \cdot I_p$$

gde je

$q = \frac{S^1 \cdot 0}{P}$ ravnomerno podeljeno opterećenje po lameli

$$\left(\text{tj. } \frac{1.000}{100 \times 200} = 0,05 \text{ kg/cm}^2 \right).$$

μ — Poasonov broj (usvojen sa $\mu=0,5$);

E_s — modul deformacija tla ($E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2$);

b — kraća stranica pravougaonika prilikom proračuna sleganja;

I_p — koeficijent koji zavisi od odnosa $\frac{L}{B}$ i računa se po odrascu:

$$I_p = \frac{1}{\pi} \cdot \left[1 \cdot 1n \frac{1 + \sqrt{1^2 + 1}}{1} + 1n(1 + \sqrt{1^2 + 1}) \right]$$

(K. Terzaghi: Mécanique des sols; Pariz, 1951; str. 361):

Na taj način sračunata su sleganja pojedinih tačaka prema šemi na slici 33 za jednu lamelu, i to:

$$\Delta_{s5} = 4 \cdot 0,375 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 0,76589 = 57,442 \cdot 10^{-3} = 57,442 \cdot 10^{-3} \text{ mm};$$

$$\Delta_{s4} = \Delta_{s6} = 2 \cdot 0,375 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 0,98186 = 36,820 \cdot 10^{-3} \text{ mm};$$

$$\Delta_{s1} = \Delta_{s3} = \Delta_{s7} = \Delta_{s9} = 1 \cdot 0,375 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 0,76589 = 28,721 \cdot 10^{-3};$$

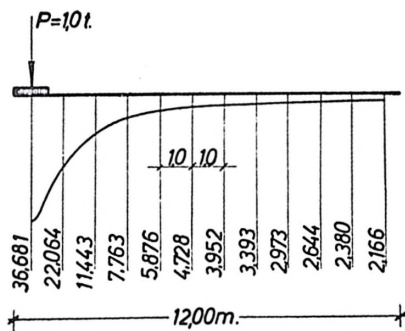
$$\Delta_{s2} = \Delta_{s8} = 2 \cdot 0,375 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 0,56112 = 42,084 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

Pomoću tako sračunatih veličina sleganja pojedinih tačaka sračunato je prosečno sleganje lamele 1 i dobijena vrednost

$$s_1 = 36,681 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

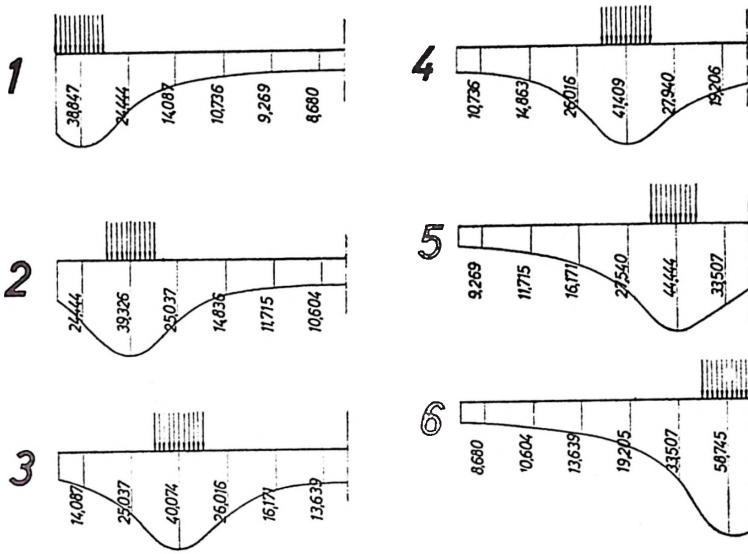
Na isti način sračunata su prosečna sleganja ostalih lamela ako opterećenje $S^1 \cdot 0 = 1,0$ t deluje na prvu lamelu; s-linija.

Za simetrično opterećen nosač parom jediničnih sila koje deluju na lamelu 1. i 12; 2. i 11; 3. i 10. itd. dobijene su vrednosti sleganja lamela superpozicijom sračunatih sleganja za lamelu 1. i lamelu 12; 2. i 11; 3. i 10. itd. Tako dobijene vrednosti date su na slici 35 (vrednosti su date u milimetrima $\times 10^{-3}$).



Sl. 34.

Linija sleganja, s-linija; vrednosti date u $\text{mm} \times 10^{-3}$



Sl. 35.

Linije sleganja tla; vrednosti date u $\text{mm} \times 10^{-3}$

b) ELASTIČNA LINIJA TEMELJNOG NOSAČA

Elastična linija povijanja nosača računata je na poznati način, za opterećenje parom jedinačnih sila, po obrascu

$$u = \left[\left(3 \frac{a}{1} - \frac{z}{1} \right) \cdot \left(\frac{z}{1} \right)^2 + \left(\frac{z-a}{1} \right)^3 \right] \frac{1^3}{6EI}$$

kada se uzme da je modul elastičnosti betona $E_b = 210.000 \text{ kg/cm}^2$. Dobijeni rezultati prikazani su na slici 36. (vrednosti su date u milimetrima $\times 10^{-3}$).

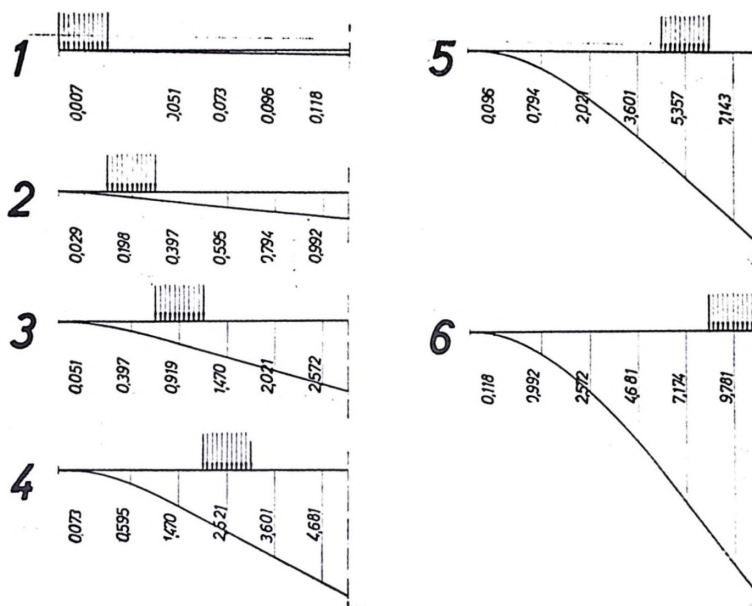
c) POSTAVLJANJE I REŠAVANJE SJSTEMA JEDNAČINA

Formiranje sistema jednačina izvršeno je pod pretpostavkom da je sleganje oslonca fundamenta 1,0 mm i da moraju ugibi nosača i sleganja tla u pojedinim tačkama biti međusobno jednaki.

Na taj način dobija se sistem od onoliko linearnih jednačina koliko ima lamela (6 jednačina, pošto je nosač u ovom slučaju simetrično opterećen). Nepoznate veličine su intenziteti opterećenja ispod pojedinih lamela, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_6$.

Sistem jednačina je sledećeg oblika (tekst, jednačina (2)):

$\sum_1^n X'_n (s_{mn} + \eta_{mn}) - 1,0 = 0$ gde indeks n označava lamelu ispod koje deluje opterećenje, a m mesto gde se traži sleganje tla, odnosno ugib nosača. Npr. m je za prvu jednačinu 1, za drugu 2 itd. Na taj način dobije se sistem simetričnih linearnih jednačina sa po 6 nepoznatih, tj.



Sl. 36.

Linije deformacija nosača; vrednosti date u mm $\times 10^{-3}$

$$\begin{aligned}
 &(s_{11} + \eta_{11}) X'_1 + (s_{12} + \eta_{12}) X'_2 + (\eta_{13} + \mu_{13}) X'_3 + (s_{14} + \eta_{14}) X'_4 + (s_{15} + \eta_{15}) X'_5 + \\
 &(s_{16} + \eta_{16}) X'_6 - 1,0 = 0; \\
 &(s_{22} + \eta_{22}) X'_2 + (s_{23} + \eta_{23}) X'_3 + (s_{24} + \eta_{24}) X'_4 + (s_{25} + \eta_{25}) X'_5 + (s_{26} + \eta_{26}) X'_6 - \\
 &1,0 = 0; \\
 &(s_{33} + \eta_{33}) X'_3 + (s_{34} + \eta_{34}) X'_4 + (s_{35} + \eta_{35}) X'_5 + (s_{36} + \eta_{36}) X'_6 - 1,0 = 0; \\
 &(s_{44} + \eta_{44}) X'_4 + (s_{45} + \eta_{45}) X'_5 + (s_{46} + \eta_{46}) X'_6 - 1,0 = 0; \\
 &(s_{55} + \eta_{55}) X'_5 + (s_{56} + \eta_{56}) X'_6 - 1,0 = 0; \\
 &(s_{66} + \eta_{66}) X'_6 - 1,0 = 0.
 \end{aligned}$$

Odnosno brojčano:

$$\begin{aligned}
 48,628 \cdot X'_1 + 31,587 \cdot X'_2 + 18,768 \cdot X'_3 + 13,308 \cdot X'_4 + 10,261 \cdot X'_5 + 8,798 \cdot X'_6 - 1,000 &= 0; \\
 + 44,682 \cdot X'_2 + 28,638 \cdot X'_3 + 16,857 \cdot X'_4 + 12,509 \cdot X'_5 + 10,700 \cdot X'_6 - 1,000 &= 0; \\
 + 42,595 \cdot X'_3 + 27,486 \cdot X'_4 + 16,766 \cdot X'_5 + 13,712 \cdot X'_6 - 1,000 &= 0; \\
 + 42,328 \cdot X'_4 + 28,337 \cdot X'_5 + 19,257 \cdot X'_6 - 1,000 &= 0; \\
 + 44,642 \cdot X'_5 + 33,536 \cdot X'_6 - 1,000 &= 0; \\
 + 58,752 \cdot X'_6 - 1,000 &= 0;
 \end{aligned}$$

Radi lakšeg numeričkog postupka, izmnožene su sve jednačine sa 1.000.

Rešenje ovakvih sistema vrši se na jedan od poznatih načina; ovde je to učinjeno metodom Gausovog algoritma (eliminacijom), koja daje tačne vrednosti sila X'

Tako je dobijeno da je:

$$X'_1 = 10,47857 \text{ t}; X'_2 = 4,73130 \text{ t}; X'_3 = 6,60782 \text{ t};$$

$$X'_4 = 6,36246 \text{ t}; X'_5 = 6,84621 \text{ t}; X'_6 = 7,05437 \text{ t}.$$

Ovo su koncentrične sile koje deluju u lamejama pod pretpostavkom da je sleganje oslonca 1,00 mm.

Veličine stvarnih sila dobiju se ako se ove vrednosti pomnože koeficijentom

$$\zeta, \text{ (tekst, jednačina (3)) } \zeta = \frac{S}{2 \cdot \sum_1^n X'_n} \text{ u ovom slučaju, } \zeta = \frac{100,0}{2 \cdot 42,08073} = 1,188192.$$

Na taj način, dobijene su stvarne sile u lamelama kako sledi:

$$X_1 = 12,45055 \text{ t}; X_2 = 5,62169 \text{ t}; X_3 = 7,85136 \text{ t};$$

$$X_4 = 7,55982 \text{ t}; X_5 = 8,13462 \text{ t}; X_6 = 8,38195 \text{ t}.$$

Pretvaranjem koncentrisanih sila u ravnomerno opterećenje lamela može se dobiti raspodela napona u tlu, data na sl. 37.

Kontrola rada vrši se obrnutim postupkom, tj. dobijenim vrednostima koncentrisanih sila u lamelama množe se vrednosti ordinata za ugibanja nosača i sleganja tla i njihov zbir u svakoj pojedinoj tački mora biti isti i jednak sleganju oslonca, A , koje je u ovom slučaju predstavljeno vrednošću koeficijenta ζ . Dozvoljavaju se odstupanja do max. 2%. Ukoliko su odstupanja između ovako dobijene elastične linije nosača i sleganja tla veća, celi račun treba ponoviti.

Ako su na taj način dobijene koncentrisane sile, proračun momentne površine ne predstavlja nikakve teškoće (vidi sl. 37).

Ovim postupkom dobijena je momentna površina putem izvršenog proračuna.

Međutim, veličine momenata možemo dobiti i iz dijagrama datih u Delu IV. (dijagrami 1, 2, 3).

Prema zadatim dimenzijama, u ovom slučaju će biti:

$$k = \frac{12,0}{2,0} = 6, K = \frac{2,100.000 \cdot 2,7}{10.000 \cdot 2,0 \cdot 144 \cdot 12} = 0,164;$$

$$M_{A,pr} = 150,0 \text{ tm}.$$

Za datu vrednost k i K prema dijagramima dobijamo koeficijente α — iz dijagrama 1, 2, 3. u Delu IV — sa vrednostima

$$\alpha_A = 1,046; \alpha_b = 0,290; \alpha_c = 0,088,$$

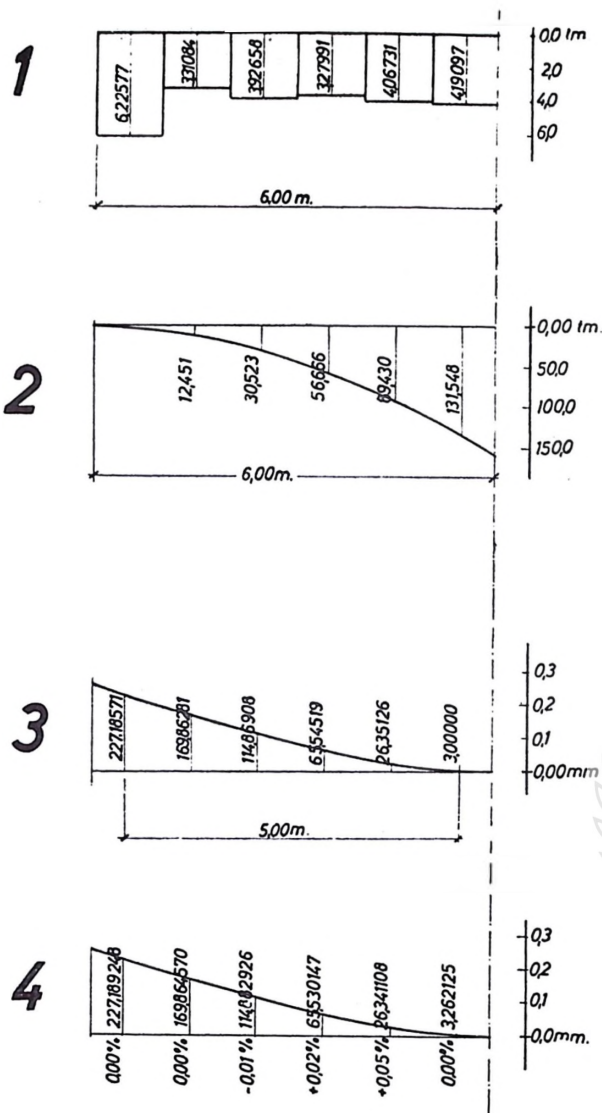
a vrednosti stvarnih momenata savijanja će biti (jednačina 5),

$$M_{A,s} = 156,90 \text{ tm}; M_{b,s} = 43,50 \text{ tm}; M_{c,s} = 13,20 \text{ tm}.$$

Linija momenata dobijena na ovaj način ucrtana je na sl. 37 isprekidano

2. PRIMER

Zadatak: Za gredu sa prepustima opterećenu sa dve koncentrisane sile S od po 200,0 t treba iznaći liniju momenata savijanja. Dimenzije grede date su odnosom $k=3$ (gde je $k=L/B$) i dozvoljenim prosečnim opterećenjem $p_d = 2,0 \text{ kg/cm}^2$. Razmak stubova je zadat i iznosi $l=3,90 \text{ m}$. Modul elastičnosti betona neka je $2,100.000 \text{ t/m}^2$, a modul deformacije tla $E_s = 1.000 \text{ t/m}^2$. Krutost nosača $I=0,111 \text{ m}^4$.



Sl. 37.

1. Dijagram pritiska; 2. Dijagram momenta savijanja,
3. Linija sleganja tla; 4. Elastična linija nosača

Rešenje: Iz zadatih veličina lako dobijamo da je $L=7,80$ m i $B=2,60$ m. Prosečno opterećenje tada iznosi po m^1 nosača $p_{pr} = 51,3$ t/m¹, odnosno $p_{pr} = 19,70$ t/m². Moment u osloncu A za pravolinijsku raspodelu pritiska je

$$M_{A,pr} = 51,3 \cdot \frac{1,95^2}{2} = 97,54 \text{ tm.}$$

Proračun vrednosti momenta za nekoliko ordinata momente linije dobiće se pomoću dijagrama datih u Delu IV.

Iz zadatih veličina treba odrediti odnose:

$$k = \frac{L}{B} = 3, r = \frac{1}{1_1} = \frac{3,90}{1,95} = 2 \text{ i } K = \frac{E_b \cdot I}{E_s \cdot B \cdot L^3} = \frac{2,100.000 \cdot 0,111}{1.000 \cdot 2,60 \cdot 7,80^3} = 0,189.$$

Za ove dobijene vrednosti odnosno dobijaju se iz dijagrama vrednosti koeficijenta β Deo IV, dijagrami 16, 17, 18. i 19)

$$\beta_A = 1,427; \beta_b = 0,821; \beta_c = 0,624; \beta_d = 0,466,$$

a na osnovu jednačina (8) u tekstu, dobijaju se vrednosti stvarnih momenata

$$M_{A,s} = 139,19 \text{ tm}; M_{b,s} = 80,08 \text{ tm}; M_{c,s} = 60,86 \text{ tm}; M_{d,s} = 45,45 \text{ tm}.$$

Sračunate vrednosti stvarnih momenata savijanja za date preseke gotovo uvek su dovoljne da se može nacrtati površina momenata savijanja sa dovoljno tačnosti i na osnovu nje izvršiti dimenzioniranje nosača. Iz momentne površine moguće je onda po potrebi odrediti i veličine transverzalnih sila.

3. PRIMER

Zadatak: Za gredu sa prepustima datu u primeru br. 2 iznaći veličinu površine momenata savijanja.

Rešenje: Zadatak bi se mogao rešiti crtanjem linije momenata, na osnovu podataka dobijenih u primeru br. 2 i merenjem dobijene površine. Međutim, proračun se može izvršiti jednostavnije, na osnovu dijagrama datog na sl. 17.

Za zadatu gredu kojoj je $k=3; r=2; K=0,189$ iz ovog dijagrama dobijamo da je koeficijent $\omega \cong 2,15$, a jedinačna površina momenata savijanja $P_{pr}^{1,0} = 0,0104$. Iz tih vrednosti, a po obrascu (jednačina (10)), dobija se

$$P_s = P_{pr}^{1,0} \cdot L^3 \cdot p_{pr} \cdot \omega; \text{ odnosno}$$

$$P_s = P_{pr}^{1,0} \cdot L^2 \cdot 2S \cdot \omega = 0,0104 \cdot 7,8^2 \cdot 400 \cdot 2,15 = 544,15 \text{ tm}^2.$$

Ako bi bila zadata ista greda, ali kojoj je odnos $r=3,5$, dobili bismo vrednost $\omega \cong 0,72$ i $P_{pr}^{1,0} = 0,0148$. Tada je stvarna površina momenata savijanja

$$P_s = 0,72 \cdot 0,0148 \cdot 7,80^2 \cdot 400 = 259,32 \text{ tm}^2.$$

Međutim, ako se služimo dijagramom na sl. 19, u prvom slučaju, tj. za $r=2; k=3$ i $K=0,189$, možemo očitati vrednost za $P_s^{1,0} \cong 0,0223$, pa će stvarna površina momenata savijanja biti (jednačina (11))

$$P_s = P_s^{1,0} \cdot L^3 \cdot P_{pr}, \text{ odnosno}$$

$$P_s = P_s^{1,0} \cdot L^2 \cdot 2S = 0,0223 \cdot 7,8^2 \cdot 400 = 542,69 \text{ tm}^2. \text{ pa se za } r = 3,5 \text{ dobija}$$

$$P_s = 0,011 \cdot 7,80^2 \cdot 400 = 267,77 \text{ tm}^2.$$

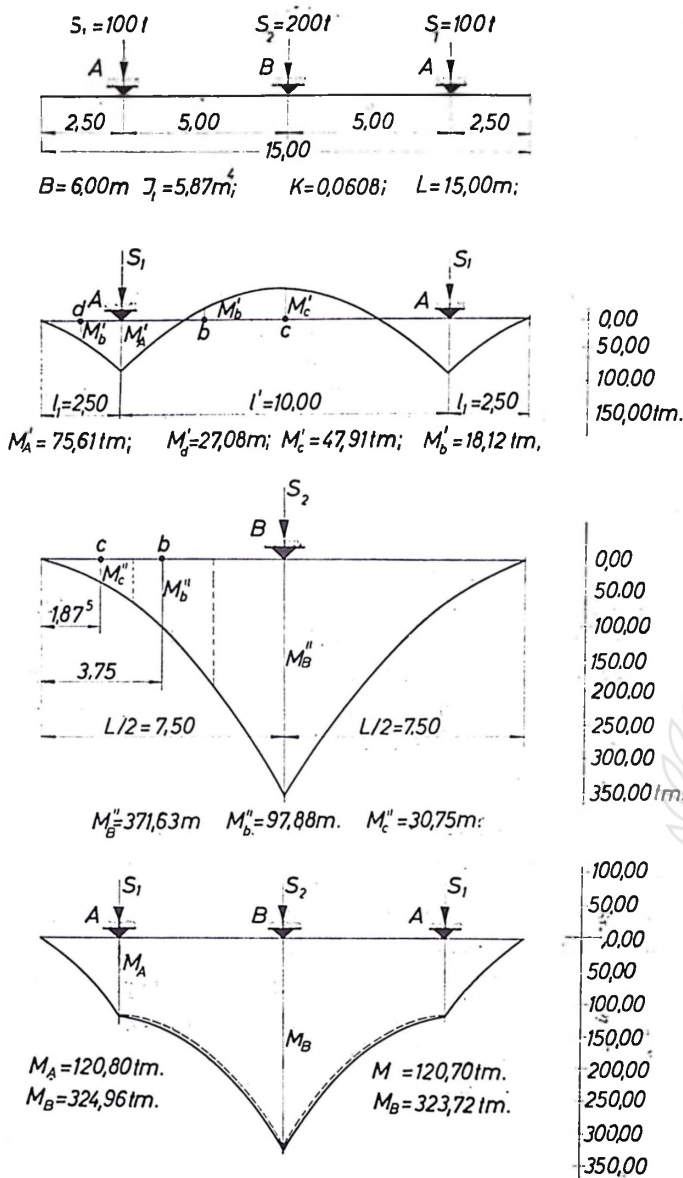
4. PRIMER

Zadatak: Zadan je kontinualni sistem, prikazan na slici 38. pod a, sa sledećim veličinama:

$$L = 15,00 \text{ m}; B = 6,00 \text{ m}; I = 5,87 \text{ m}^4; E_s = 1.000 \text{ kg/cm}^2;$$

$$E_b = 210.000 \text{ kg/cm}^2;$$

$$K = 0,0608.$$



Sl. 38.

- a) Šema nosača; b) Greda sa dva oslonca — dijagram momenata;
 c) Dvostruka konzola — dijagram momenata; d) Zbirni dijagrami momenata

Iznaci liniju momenata savijanja, koristeći se dijagramima za koeficiente α i β .

R e š e n j e: Zadani kontinualni sistem rastavićemo na osnovne sisteme, i to:

- a) gredu sa prepustima 2,50 — 10,00 — 2,50 m i b) dvostruku konzolu $L = 15,0$ m, te ćemo ih rešavati kao odvojene sisteme.

a) **Greda sa prepustima** data je sledećim veličinama:

$k=2,5$ i $r=4$ (sl. 38. pod b). Za te veličine i za

$K=0,0608$ dobiju se iz dijagrama za koeficijente β (Deo IV dijagram 24, 25, 26. i 27) sledeće vrednosti:

$\beta_A = + 1,815$; $\beta_b = - 0,435$; $\beta_c = - 1,150$ i $\beta_d = + 0,650$ pri čemu su vrednosti za $k=2,5$ dobijene u dijagramima interpolacijom.

Momenat na osloncu A za pravolinijsku raspodelu iznosi:

$$M_{A,pr} = \frac{200,0}{15,0} \cdot 2,5 \cdot 1,25 = 41,66 \text{ tm. Prema jednačinama (8),}$$

$$M_{A,s} = 75,61 \text{ tm; } M_{b,s} = - 18,12 \text{ tm; } M_{c,s} = - 47,91 \text{ tm; } M_{d,s} = 27,08 \text{ tm}$$

b) **Dvostruka konzola** — data je:

$k=2,5$ i $K=0,0608$ (sl. 38. pod c).

Momenat savijanja na osloncu B za pravolinijsku raspodelu je

$$M_{B,pr} = \frac{200}{15} \cdot 7,5 \cdot 3,75 = 375,0 \text{ tm.}$$

Koeficijenti α očitani iz dijagrama (Deo IV, dijagram 1, 2. i 3) dobiju se kako sledi:

$$\alpha_B = 0,991; \alpha_b = 0,261; \alpha_c = 0,082.$$

Prema tome, momenti savijanja za ovaj osnovni sistem biće:

$$M_{B,s} = 371,63 \text{ tm; } M_{b,s} = 97,88 \text{ tm; } M_{c,s} = 30,75 \text{ tm.}$$

Superpozicijom nacrtanih momentnih površina dobija se konačna momentna površina koja je prikazana na sl. 38. pod d.

Veličine momenata savijanja u osloncima dobijene ovako su:

$$M_{A,s} = 120,7 \text{ tm;}$$

$$M_{B,s} = 323,72 \text{ tm.}$$

Međutim, radi poredenja, celi primer je raden i sa detaljnim proračunom analogno primeru br. 1, pa je dobijeno da su vrednosti momenta savijanja u osloncima

$$M_{A,s} = 120,8$$

$$M_{B,s} = 324,96 \text{ tm.}$$

Kako se vidi, razlike u dobijenim konačnim vrednostima momenata savijanja su neznatne. Na dijagramu sl. 38. pod d puna linija momenata dobijena je proračunom, a tačkasta linija — na osnovu dijagrama za koeficijente α i β u Delu IV.



ČETVRTI DEO

OBJAŠNJENJA UZ DIJAGRAME ZA PRORAČUN TEMELJNIH NOSAČA OSLONJENIH NA HOMOGENO I IZOTROPNO TLO

U ovom delu su dati dijagrami pomoću kojih je moguće sračunati stvarne momente savijanja temeljnih nosača za temeljne nosače samce, temeljne gredne nosače ispod dva stuba, sa preputima, i kontinualne temeljne nosače, ako se uzima pri tom u obzir krutost temeljnog nosača i stišljivost tla.

Dijagrami od 1. do 3. odnose se na proračun temeljnih nosača samaca.

Dijagrami od 4. do 44. odnose se na gredne nosače sa preputima.

Dijagrami od 44. do 46. odnose se na temeljne gredne nosače opterećene na krajevima.

Svi dijagrami od 1. do 46. služe i za proračun kontinualnih temeljnih nosača.

Prilikom proračuna uvedeni su odnosi:

$k=L/B$, odnos dužine prema širini temeljnog nosača;

$r=1/1_1$, odnos dužine raspona u polju grednog temeljnog nosača ispod dva stuba sa preputima prema rasponu konzole;

$K = \frac{I \cdot E_b}{E_s \cdot B \cdot L^3}$, stepen apsolutne krutosti. Date veličine u obrascu predstavljaju:

I , momenat inercije temeljnog nosača,

E_b , modul deformacija betona,

E_s , modul deformacija tla,

L , dužinu temeljnog nosača,

B , širinu temeljnog nosača.

1. PRORAČUN MOMENATA SAVIJANJA ZA TEMELJNE NOSAČE SAMCE

Veličina stvarnih momenata savijanja u preseku A (vidi sl. 39) dobija se iz obrasca (jednačina 5)

$$M_{A,s} = M_{A,pr} \cdot \alpha_A$$

gde je

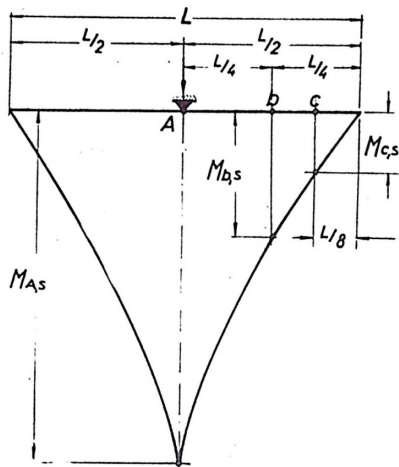
$M_{A,s}$ — stvarni momenat savijanja u tački A kad je uzeta u obzir krutost temelja i stišljivost tla;

$M_{A,pr}$ — momenat savijanja temeljnog nosača u tački A kad se pretpostavi pravolinijska raspodela pritisaka;

α_A — koeficijent koji se dobija iz dijagrama za koeficijent α_A .

Na analogan način dobijaju se vrednosti momenata savijanja i za druge preseke, b i c , s tim što se upotrebljavaju dijagrami za koeficijente α_b i α_c . Vrednosti momenata savijanja za ove preseke dobijaju se množenjem vrednosti $M_{A,pr}$ sa α_b , odnosno α_c .

Vrednost koeficijenata α zavisi od odnosa k i K . Prema tome, potrebno je unapred pretpostaviti veličinu odnosa k , a zatim izračunati — za pretpostavljene vrednosti I , E_s , L i B — vrednost K . Tako pretpostavljenim i izračunatim vrednostima iz odgovarajućih dijagrama dobiće se veličine koeficijenata α za svaki pojedini presek iz dijagrama od 1. do 3.



SI. 39.

Momentna linija za temelj samac

U dijagramu su date linije za razne odnose k , i to za vrednosti 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 16 i 20. Za druge međuvrednosti može se izvršiti interpolacija.

U slučaju kad je temeljni nosač potpuno krut date su posebno odgovarajuće vrednosti koeficijenata α u tablici na dijagramima koeficijenata α .

Deblje povučene vertikalne linije na dijagramima od 1. do 3. označavaju vrednosti koeficijenata koje odgovaraju pravolinijskim raspodelama pritiska.

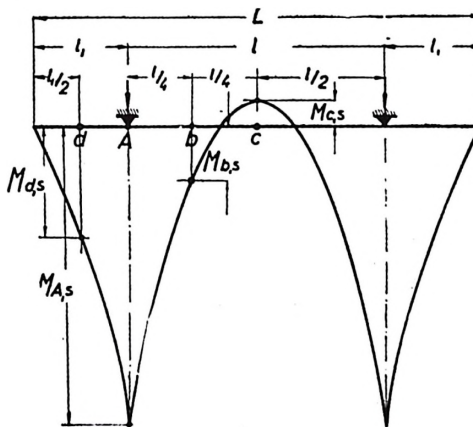
2. TEMELJNI NOSAČI ISPOD DVA STUBA SA PROPUSTIMA

Pored odnosa koji su ranije uvedeni za temeljne nosače samce, ovde je morao da bude uveden još i odnos r — za razne odnose raspona temeljnog nosača u polju prema rasponima konzola.

Veličine momenata savijanja date su za 4 preseka temeljnog nosača sa propustima (A, b, c i d).

Za svaku vrednost odnosa r data su 4, 3 ili 2 dijagrama (3. i 2. dijagrama data su za nosače kojima je raspon konzole jako malen u odnosu prema rasponu nosača u polju, ili je jednak nuli).

Dijagrami su konstruisani za sve ranije date odnose k i za odnose r : 0,25, 0,50, 1,00, 2,00, 3,00, 4,00, 5,00, 6,00, 8,00, 12,00, 20,00 i beskonačno. Za međuvrednosti ovih odnosa mogu se odgovarajuće vrednosti dobiti interpolacijom.



SI. 40.

Momentna linija za gredu sa propustima

Momenti savijanja sračunati su za 4 preseka koji su naznačeni na sl. 40. to su preseki A , b , c i d . Za preseke u tački d u slučaju malih raspona konzola ovi dijagrami su izostavljeni, jer se smatralo da su nepotrebni.

Vrednosti momenata savijanja računaju se po obrascima:

$$\begin{aligned} M_{A,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_A; \\ M_{b,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_b; \\ M_{c,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_c; \\ M_{d,s} &= M_{A,pr} \cdot \beta_d \end{aligned} \quad \text{tekst jednačine (8)}$$

Na levoj strani obrazaca su stvarne vrednosti momenata savijanja za pojedine preseke, a na desnoj strani odgovarajući koeficijenti β i momenat savijanja za presek u tački A , i to za pravolinijsku raspodelu*.

Kad su sračunate vrednosti momenata za pojedine preseke, moguće je sa dovoljno tačnosti nacrtati stvarnu liniju momenata savijanja za pretpostavljeni temeljni nosač.

Vrednosti transversalnih sila u pojedinim presecima moguće je sa dovoljno tačnosti dobiti iz momentnih površina, ako se one računaju za nekoliko preseka temeljnog nosača

U svakom dijagramu date su i vrednosti koeficijenata β kad stepen apsolutne krufost temeljnog nosača teži beskonačnosti.

3. KONTINUALNI TEMELJNI NOSAČI

Razlaganjem kontinualnih temeljnih nosača na proste sisteme dobija se — zavisno od broja stubova koji opterećuju nosač — nekoliko osnovnih sistema.

Za neparan broj stubova dobiće se osnovni sistemi jednog temelja samca i $\frac{n-1}{2}$ temeljnih nosača sa preputima (ako n označava broj stubova).

Za paran broj stubova dobiće se $n/2$ osnovnih sistema nosača sa preputima.

Ako se na osnovne sisteme primeni isti način iznalaženja momenata savijanja i posle izvrši superpozicija dobijenih momentnih površina, dobija se stvarna momentna površina kontinualnog temeljnog nosača oslonjenog na homogeno i izotropno tlo**.

*) Pošto su momenti savijanja $M_{A,pr} = 0$ za $r \rightarrow \infty$, dijagrami za β_b i β_c su dati u odnosu prema momentima savijanja u tački c , dobijenim za pravolinijsku raspodelu, tj.

$$\begin{aligned} M_{b,s} &= M_{c,pr} \cdot \beta_b; \\ M_{c,s} &= M_{c,pr} \cdot \beta_c. \end{aligned}$$

**) Ovom prilikom želim da odam priznanje i pohvalu saradnicima Zavoda za mehaniku tla i fundiranje Tehničkog fakulteta u Sarajevu, koji su izvršili najveći deo posla u obradi ove teme i omogućili da se tema na ovaj način obradi. To priznanje i zahvalu u prvom redu dugujem drugu Buturoviću Dževadu, a zatim Lokmiću Seidu, Tuhi Munibu, Pokrajčiću Aleksandru, crtaču Jezerskom Aleksandru, kao i još izvesnom broju studenata koji su na ovom poslu radili.

Da bi se mogao pravilno da oceni obim ovog izvršenog posla, biće od interesa da se navede da je u okviru radova na proračunu pripremljeno, postavljeno i rešeno preko 1.000 sistema linearnih jednačina sa 5—12 nepoznatih pa je tek onda moglo da se pristupi daljoj obradi dobijenih rezultata, koji su sadržani u aneksu B.

Isto tako, treba odati priznanje i Centru za unapređenje građevinarstva, koji je, uvidajući koristi koje se mogu dobiti obradom ovakve jedne teme, odobrio delimična sredstva iz svojih fondova i time omogućio izvršenje ovog zadatka.

DUŠAN KRSMANOVIĆ

FOUNDATION BEAMS ON HOMOGENOUS AND ISOTROPIC SOILS

S U M M A R Y

In calculations for foundation beams resting on soil, the diagram of pressures is generally assumed to be rectilinear. Methods based on the coefficient of rigidity are less frequently used, still less so those applying the modulus of deformation. The reasons for this are the extreme simplicity of the first method, the less easy procedure in the second, and the great complexity of the third.

In order to introduce into practice the application to this end of the modulus of deformation — a method which fully meets the actual demands of the existing situation — a procedure has been worked out that can be applied to foundation beams or structures in general whose rigidity is constant and which are subjected to a symmetrical load.

The form of pressure distribution below a foundation beam is known to be dependent on the quantities L , E_b , E_s , I , and B where

- L is the length of the foundation beam,
- E_b is the modulus of deformation of the beam's concrete,
- E_s is the modulus of soil deformation,
- I is the moment of inertia of the beam,
- B is the width of the foundation beam.

By introducing the relation $b = \frac{L}{B}$ and the relation $K = \frac{I}{E_s} \cdot \frac{E_b}{L^3 \cdot B}$ diagrams can be constructed for obtaining, in a very simple way, the necessary static quantities — the bending moments — for various cross-sections of the single foundation beam, which can be seen in Figs 8, 9 and 10.

For the assumed dimensions of the foundation beam and the quality of the concrete or soil, it is necessary, beforehand, to determine from the equation (6) the value of absolute rigidity K , as well as the value of the relation $k = L/B$, and with these values to read, from the diagrams mentioned, the respective values of the coefficient α . These coefficients α in effect represent factors to be multiplied by the bending moments obtained for the foundation beam of the given shape and size and for the rectilinear distribution in the cross-section A (equations 5 and 7).

The same diagrams also give the values of the coefficients α , of the relation k (values from 2 to 20), and of the foundation beam when quite rigid, $K \rightarrow \infty$

(the values given in Tables). The diagrams of the Fig. 8. provide information about how and within what limits the quantity of actual maximum bending moments can change in relation to the foundation beam. The diagram can serve as a basis for a classification to be made of foundation beams according to their rigidity, as was done in the text under Fig. 8.

As shown in the diagram of Fig. 8, the actual quantities of the bending moments resulting from this method of calculation, may vary, in relation to the moments obtained by rectilinear distribution, from the value of about 0,60 (very flexible foundation beams) to the value of approximately 1,10 to 1,20 (quite rigid beams). As can be seen, considerable economy can be achieved with single foundation beams of lesser rigidity.

Likewise, and on the analogy of the above, the quantities have been computed and diagrams constructed for beams under two columns. In this case, in addition to the parameters K and k , the parameter r (the relation of the beam's span in the field and the span of the console ($r = l/l_1$ — Fig. 11) has been introduced. The actual bending moments for the 4 cross-sections of the beam can be obtained by means of the equation (8) with the analogous coefficients β .

In order to design beams showing the greatest possible economy in line, an analysis was made of the influence of the parameters K , k and r on the quantity of the surface of bending moments (Figures 16—20). The analysis showed that the greatest influence was that of the parameter r , and, also, that these foundation beams were economical (in so far as economy can be judged by the quantity of the bending surface) as long as r had the value of 3 to 4. The influence of the parameter k was found to be slight and that of the parameter K insignificant provided the r was favourable. If the quantity r were to be unfavourable (either below 3 or above 4), the influence of the parameter K would be considerable and would increase adversely in proportion to its rate of increase. Likewise, so long as the values of the parameter K were low, the changes in the quantity of the parameter r had little influence on the economy or otherwise of the beam. Their influence was great as long as the value of K was high.

The analysis showed that these beams should be of a design that would make the parameter r come as close as possible to the most favourable relation and be of the lowest possible rigidity (always bearing in mind the fact that all too low rigidity leads to a considerable increase in the necessary percentage of reinforcement, which raises the cost of construction).

With the foundation beam placed under several columns, it is possible to split it up into basic systems which may be foundation beams under either one or two columns (Fig. 22). By determining the moment surface of the basic with the help of the coefficients α and β it is possible to obtain, by superposition, the surfaces of the bending moments of the entire beam.

Analyses concerned with questions of economy pointed to the necessity for introducing the concept of favourable and unfavourable loaded beams. A beam is understood to be under a favourable load when the differences in settlement of the supports are slight (Fig. 21 a, 2) — the moment surface of beam under a favourable as against (1 and 3) an unfavourable load.

The results of the examination of particular cases show that the influence of changes in the quantities of the modulus of soil deformation E_s and of the rig

dity I of the foundation beam is subjected to a favourable load. In other words, if the beam is subjected to a favourable load, the quantities of the moments and bending remain approximately equal irrespective of the changes in the values of E_s and I .

In constructing these foundation beams one should endeavour to construct beams subjected to the most favourable load. This can be achieved through a judicious choice of the span of the consoles. In addition, a decrease in the rigidity of the foundation beam produces a decrease in the surface of the bending moments.

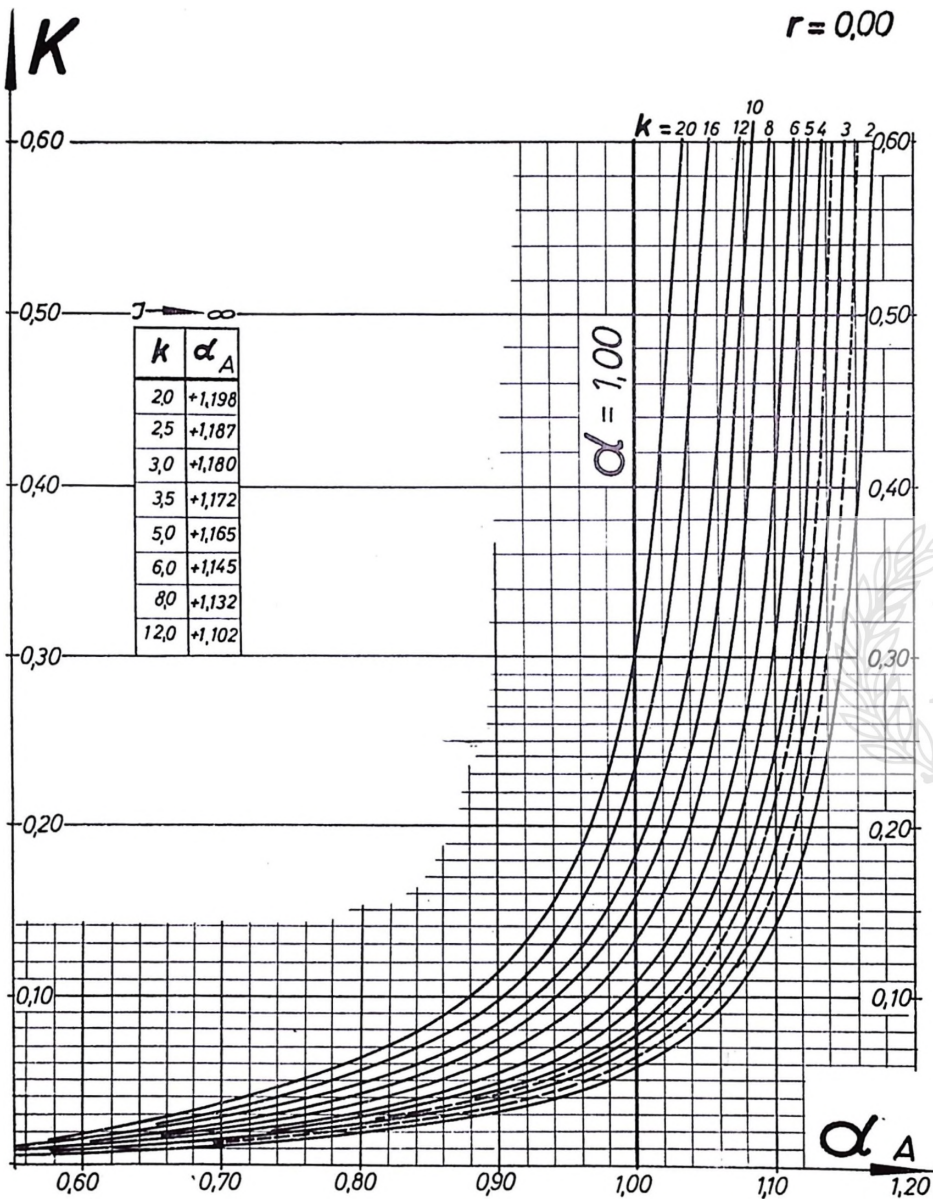
At the end of the paper, some examples are given along with detailed specifications of a foundation beam, as well as diagrams for practical application of calculations for the bending moments of a single foundation beam subjected to a symmetrical load (see the first 3 diagrams for 3 cross-sections) and of a foundation beam under two columns (see the remaining 43 diagrams for 4 cross-sections).

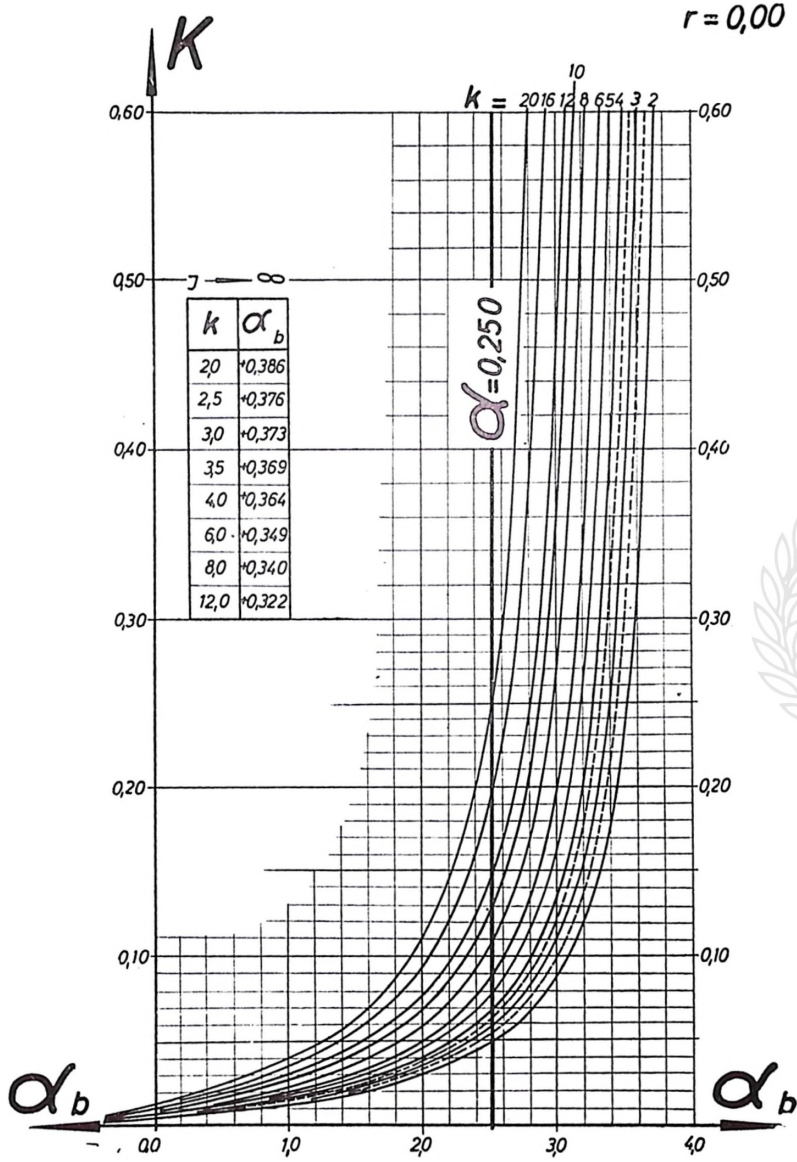
The diagrams are constructed with a wide range of quantities of the parameters k and r , so as to embrace — within the limits encountered in practice — even the cases of foundation beams under several columns.



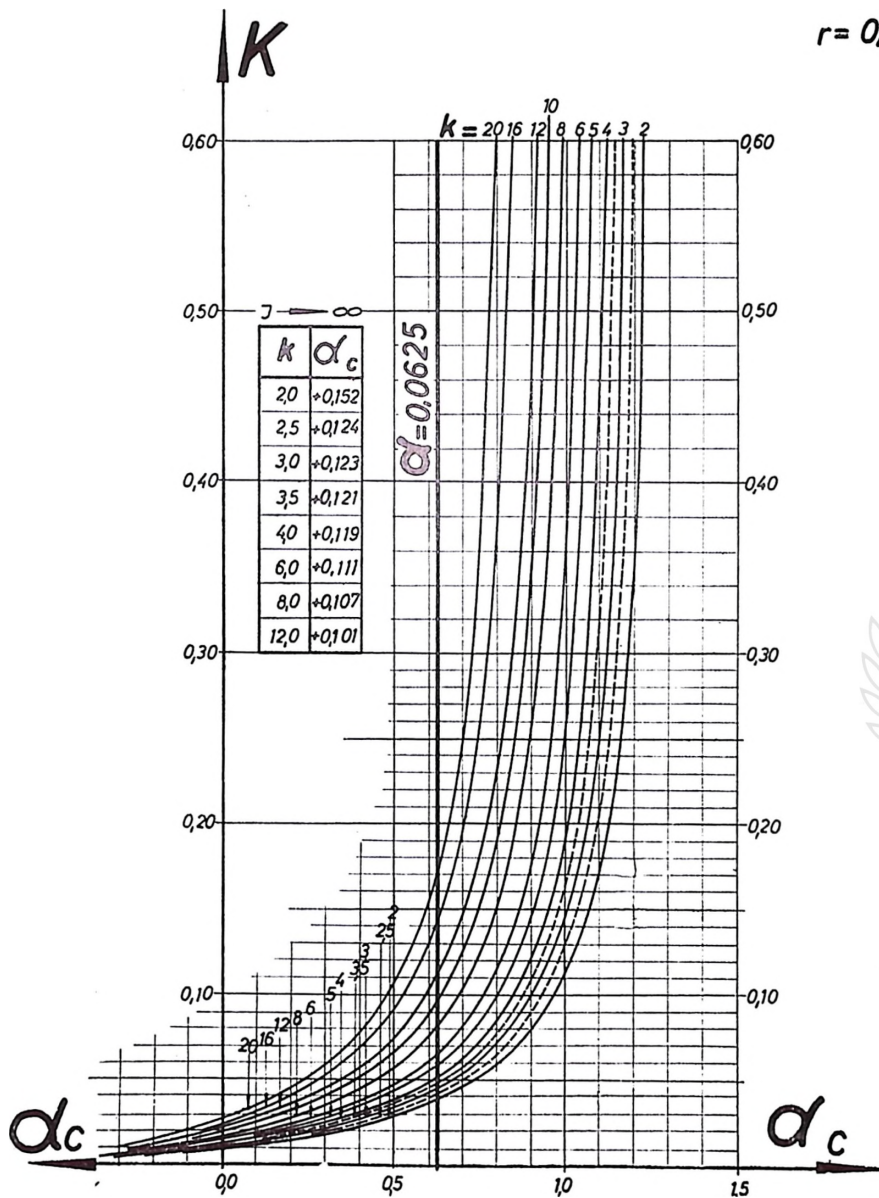


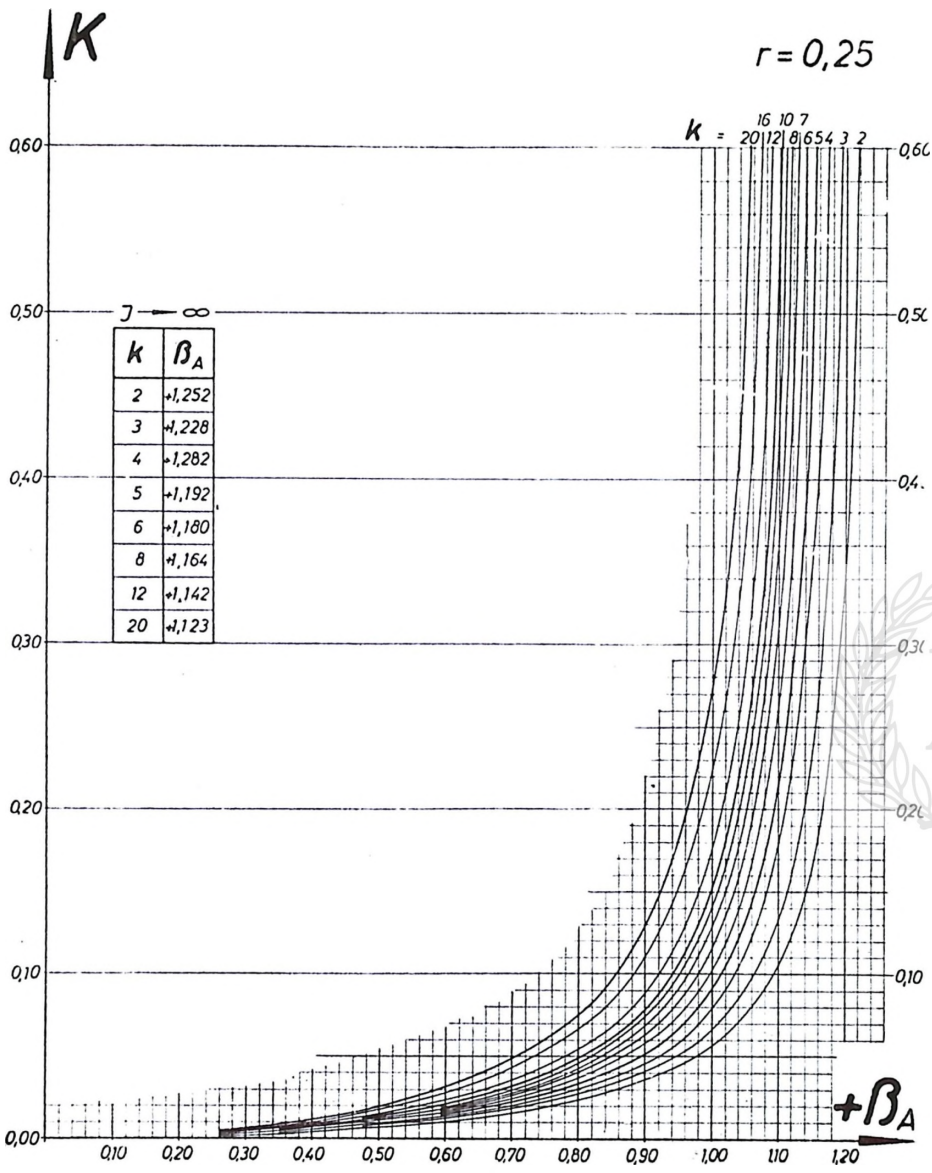
$r = 0,00$

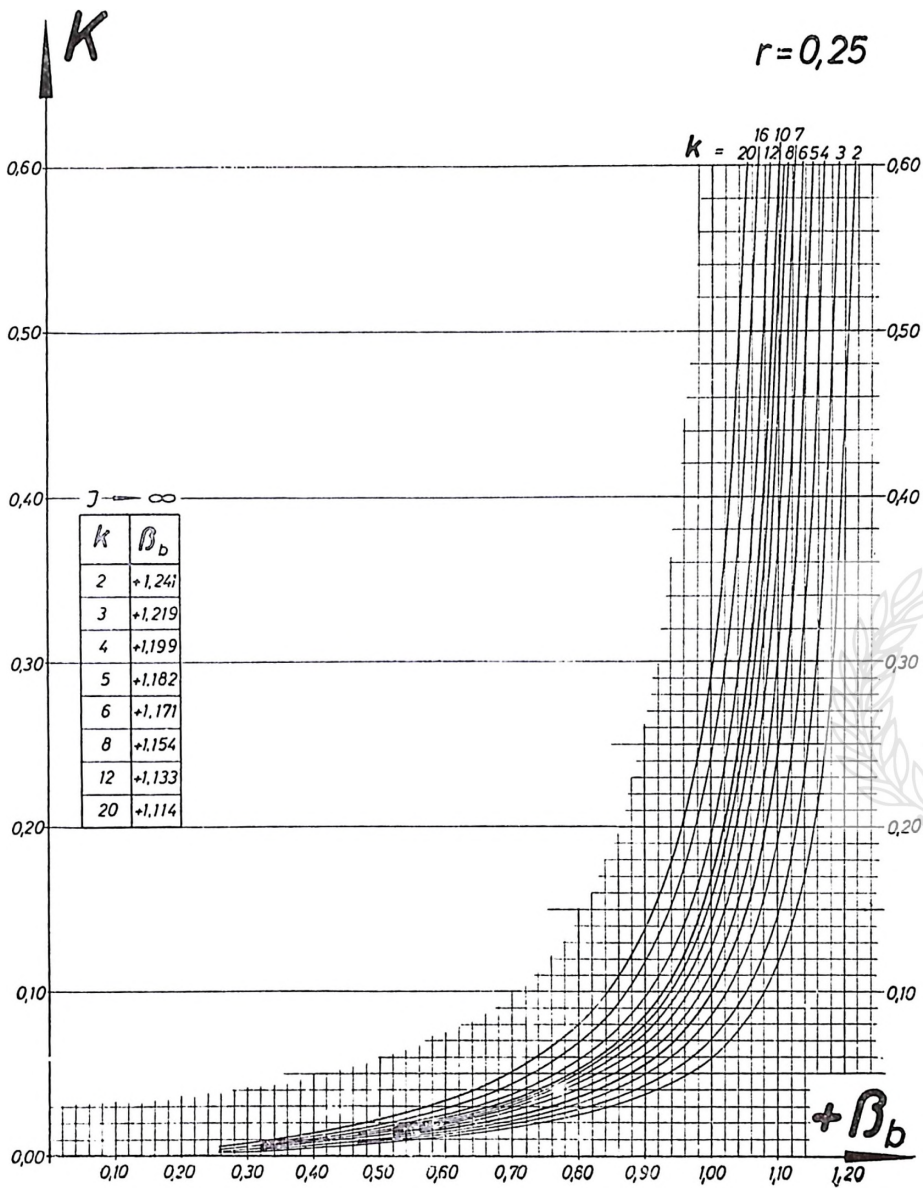


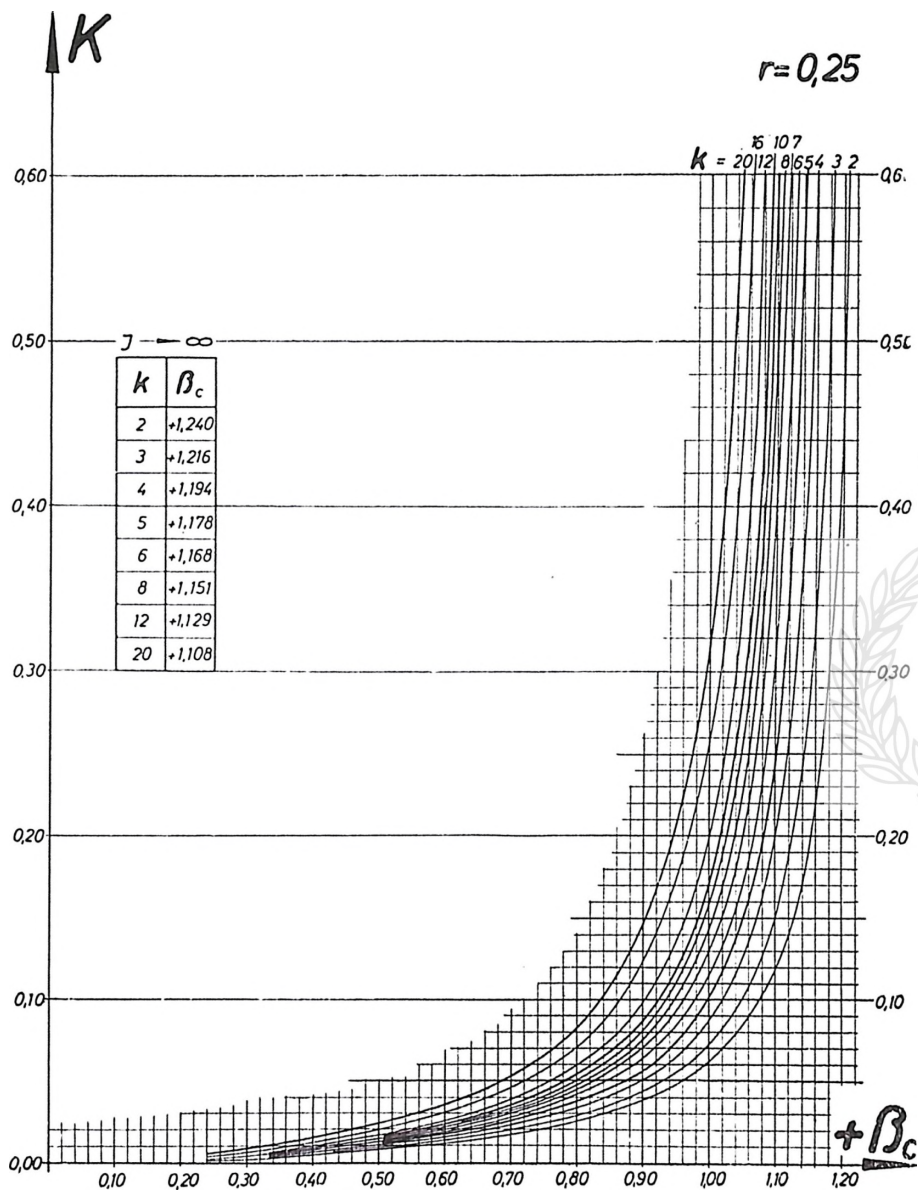


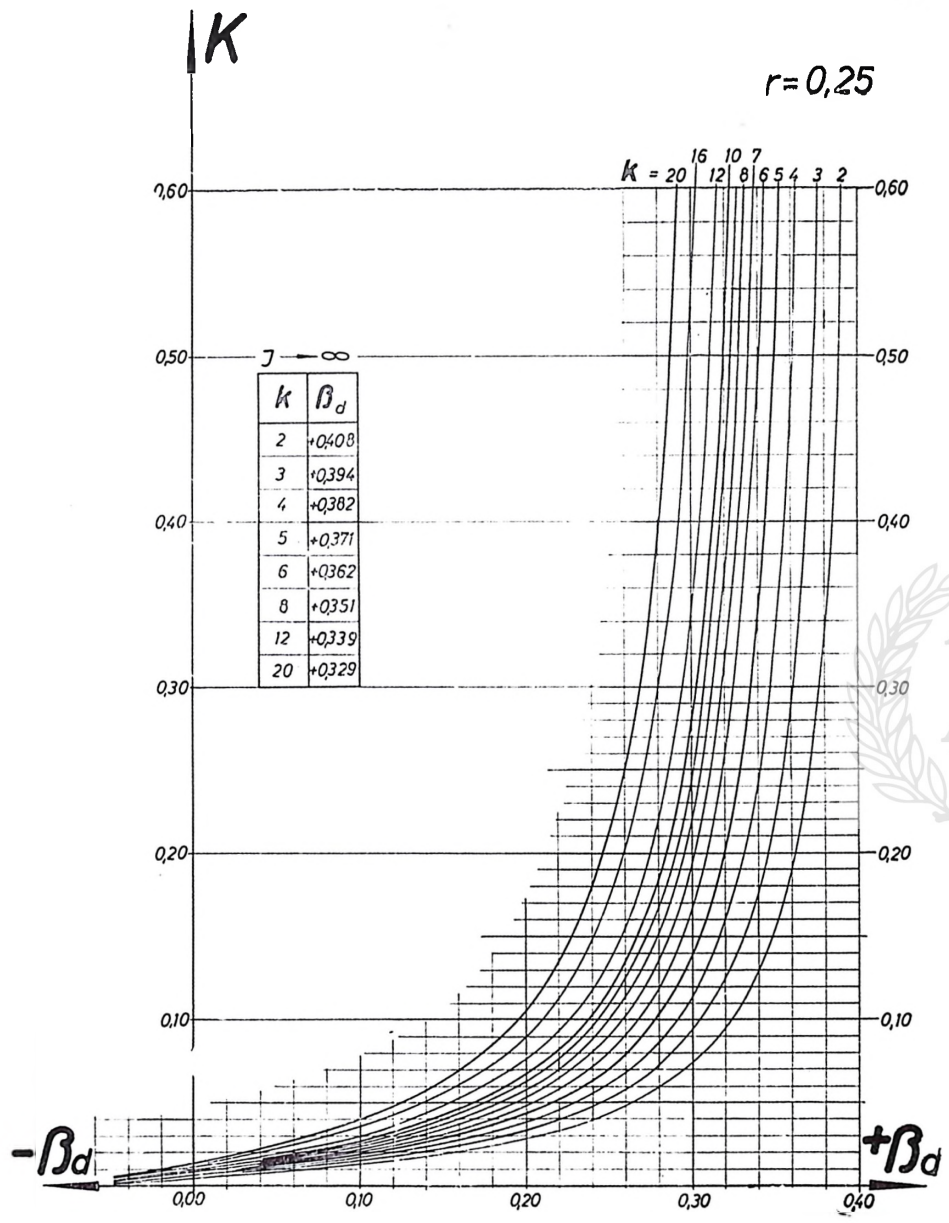
$r = 0,00$

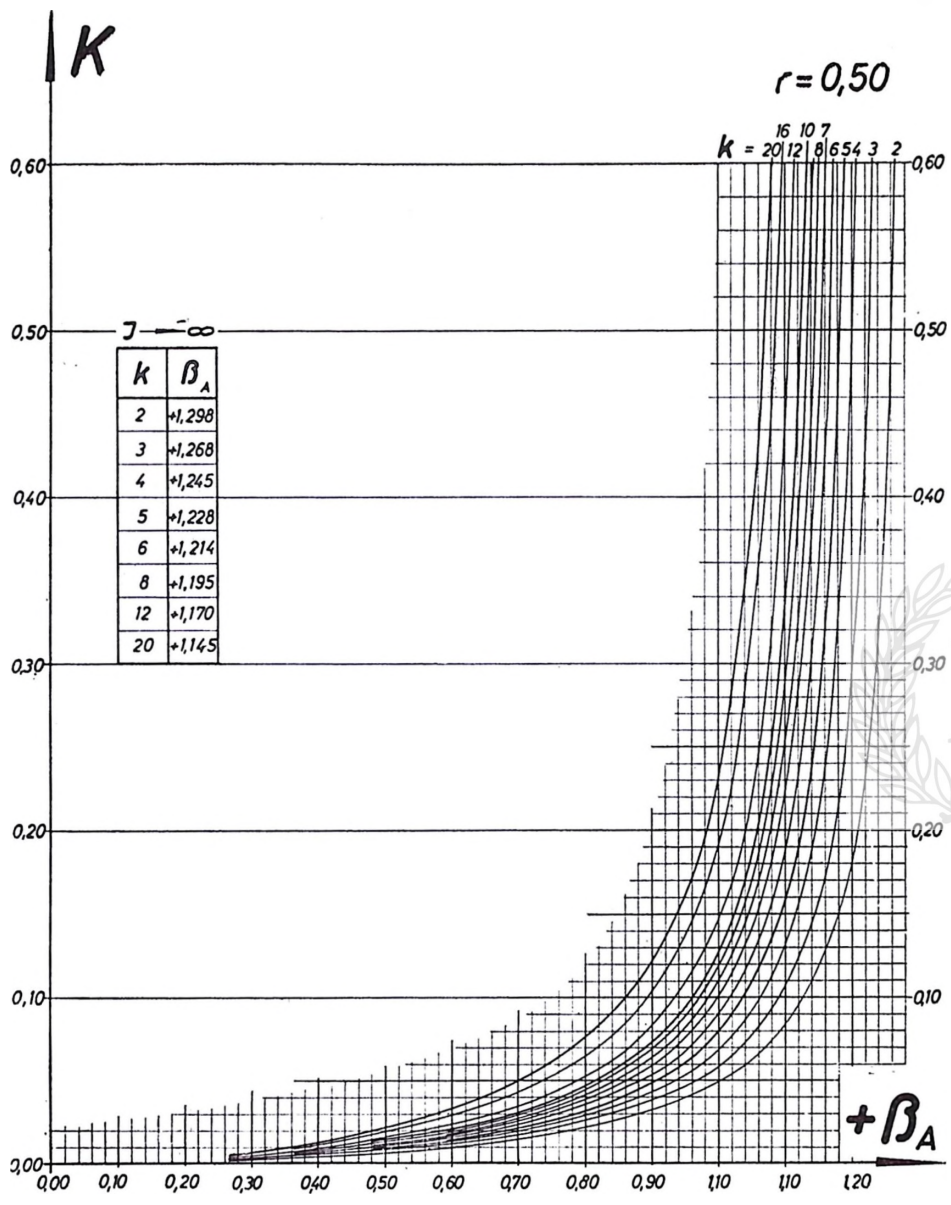


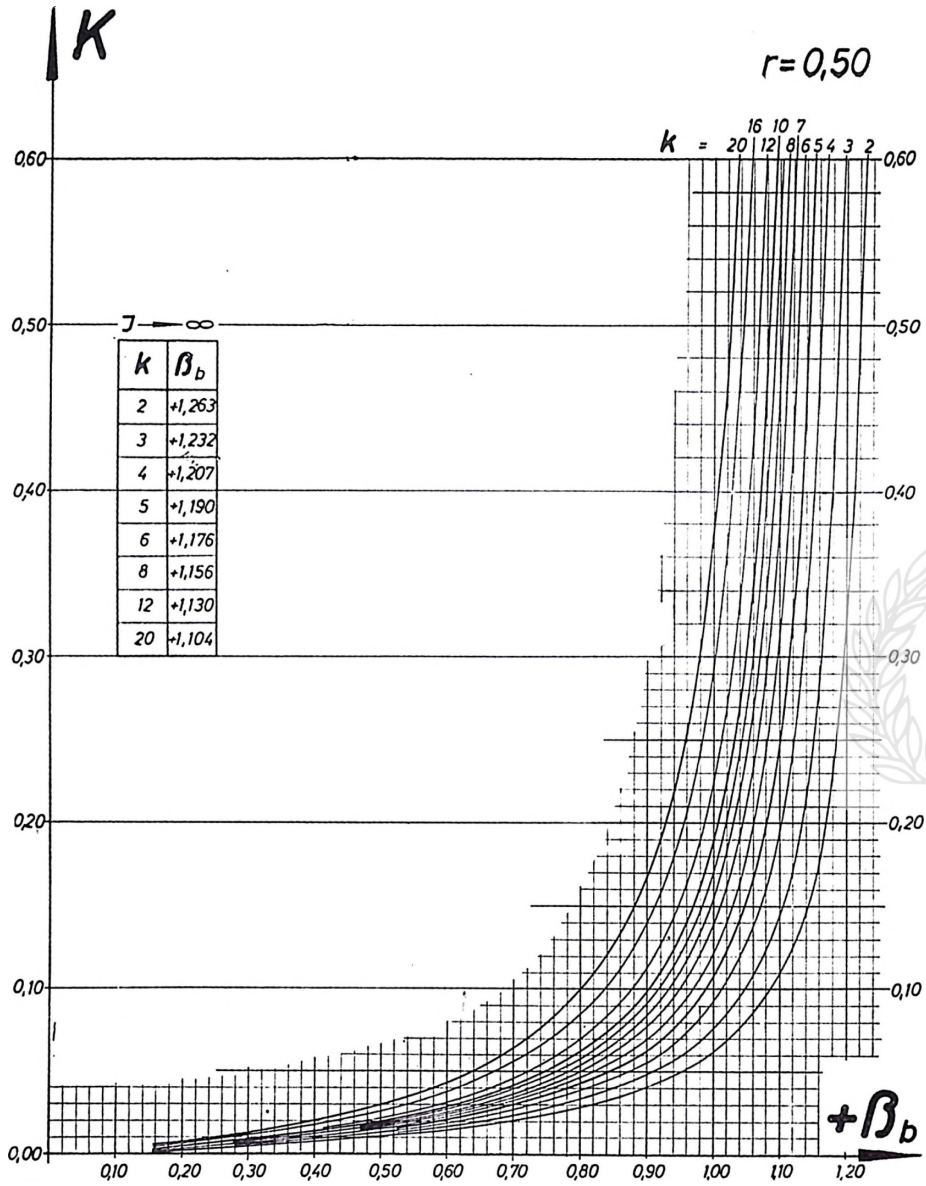


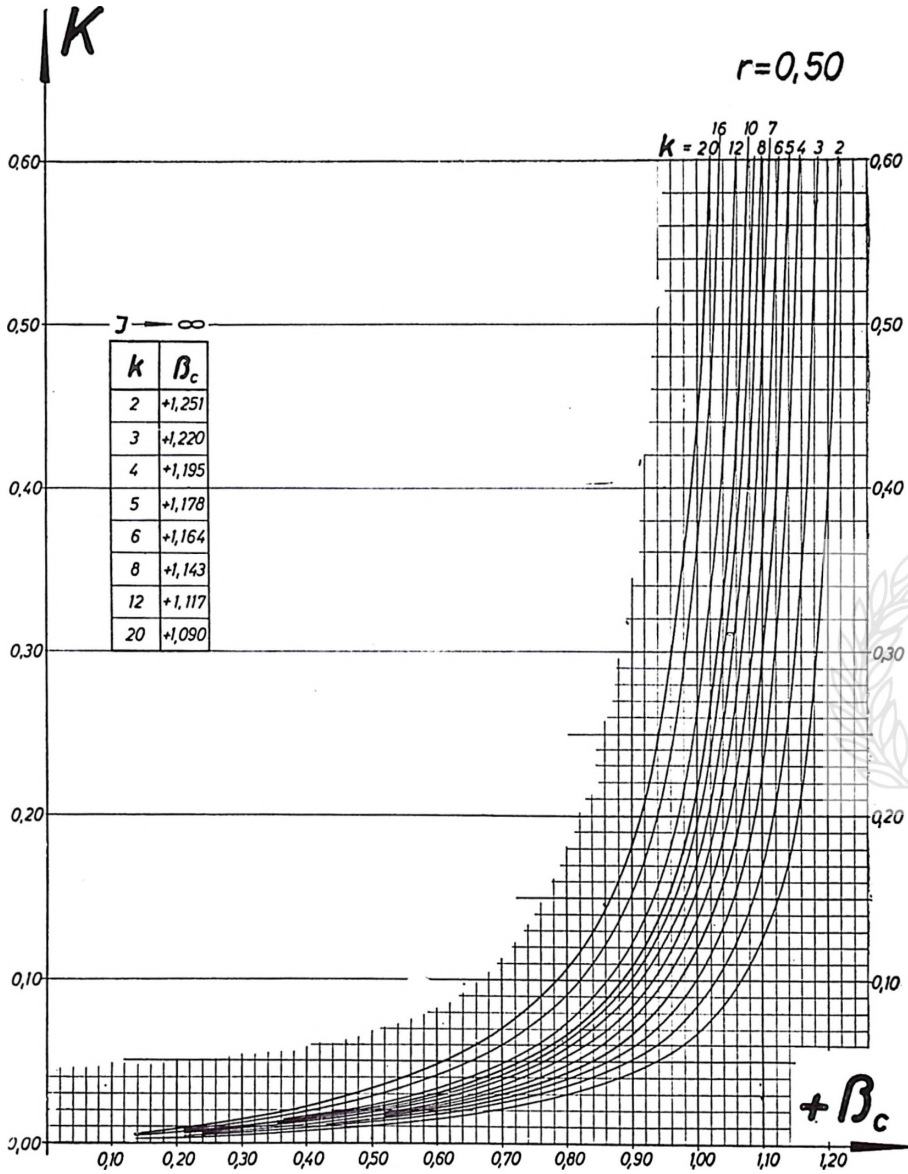


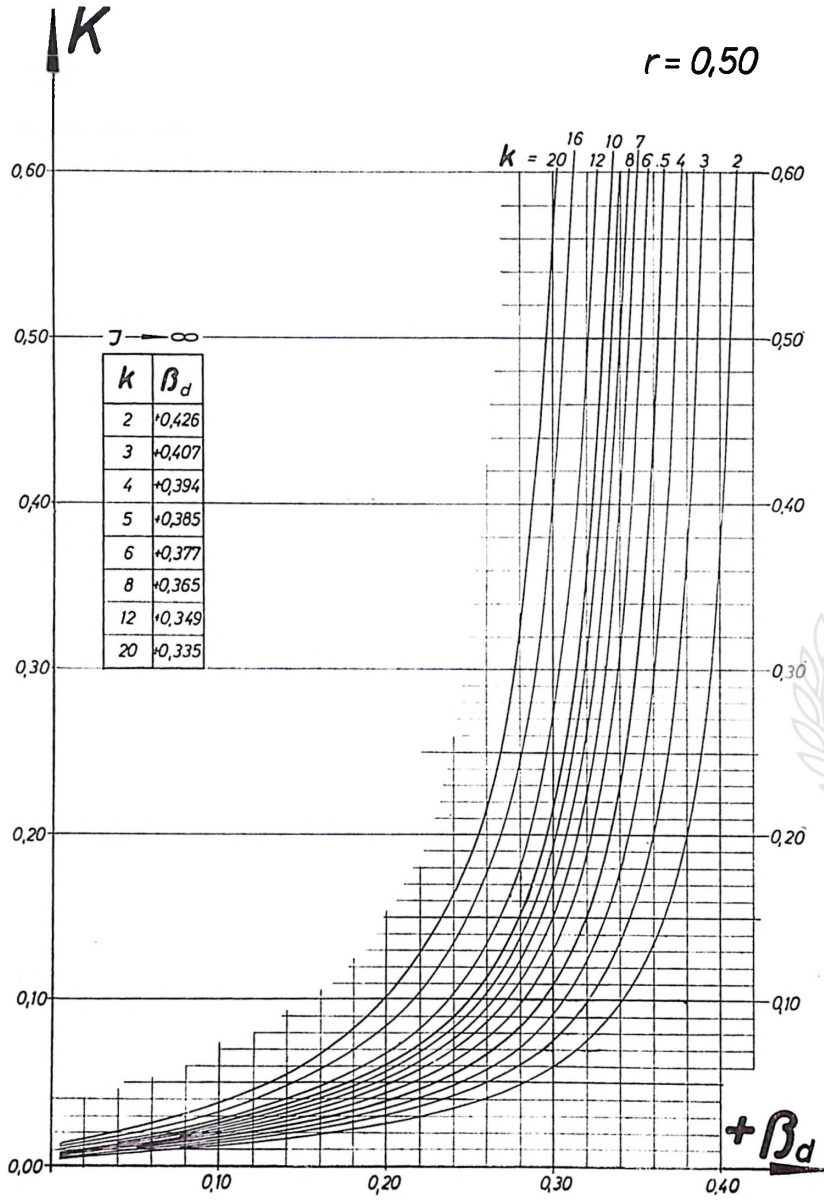


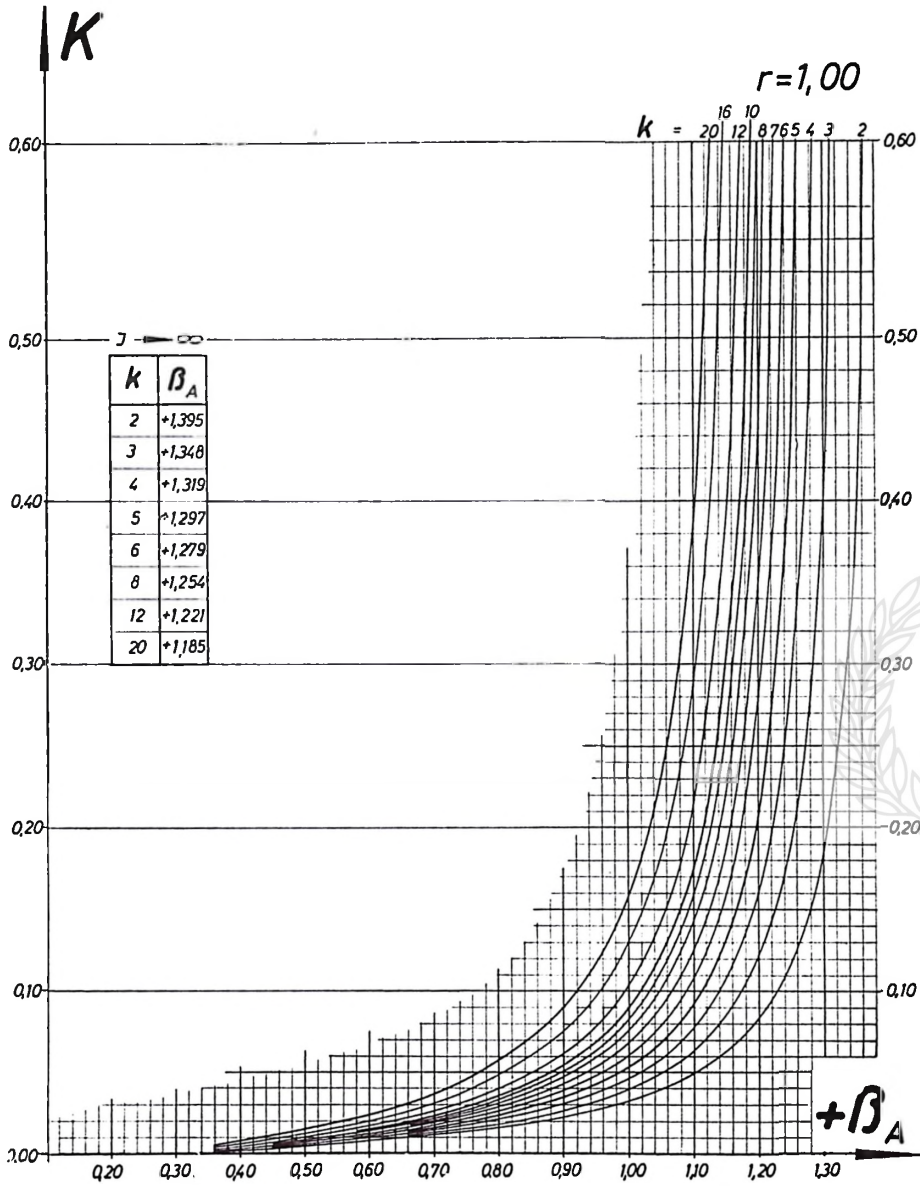


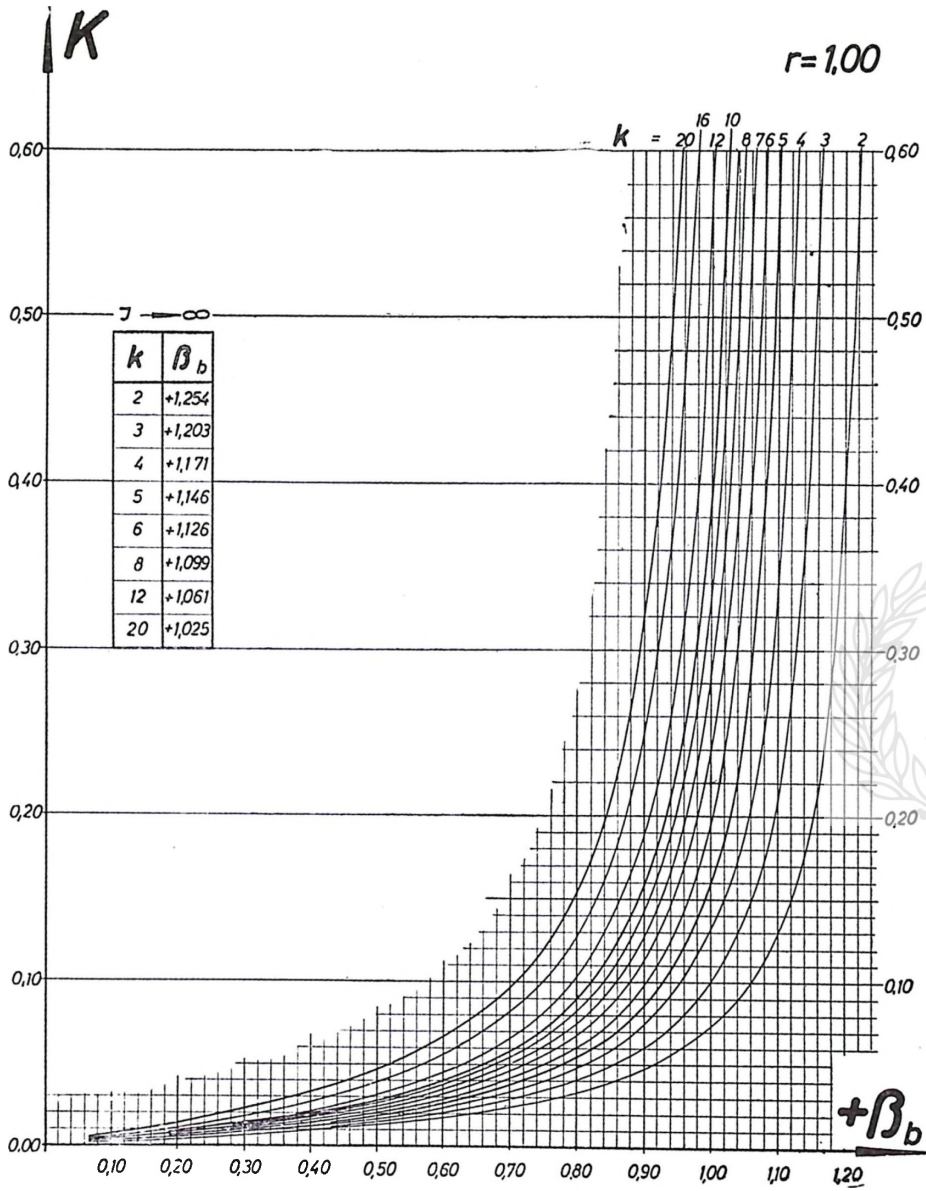


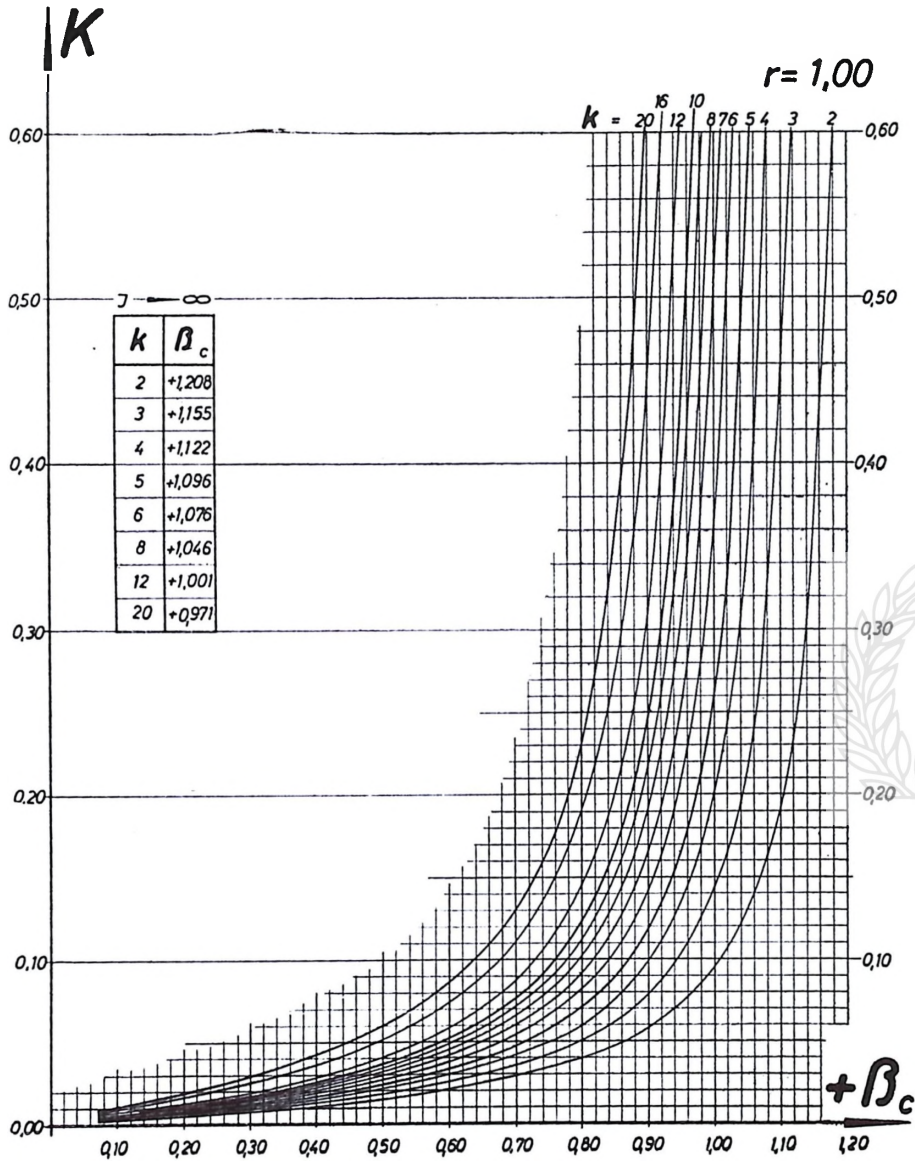


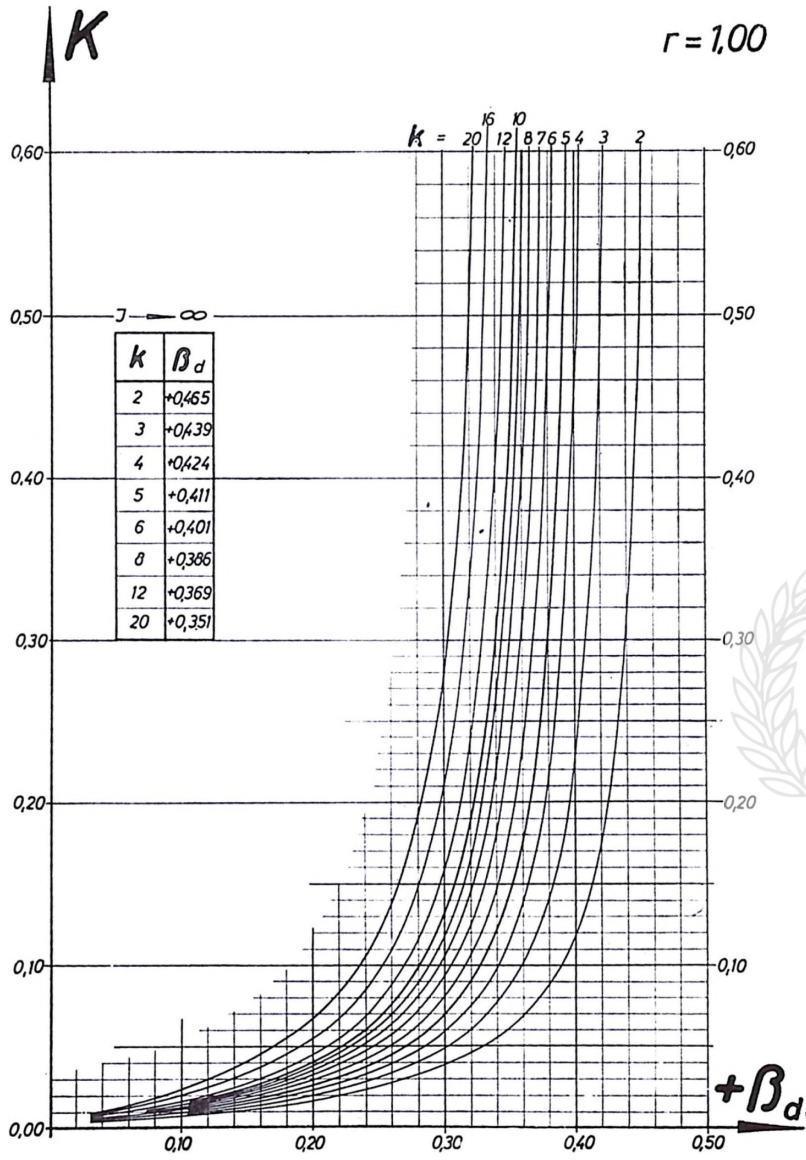


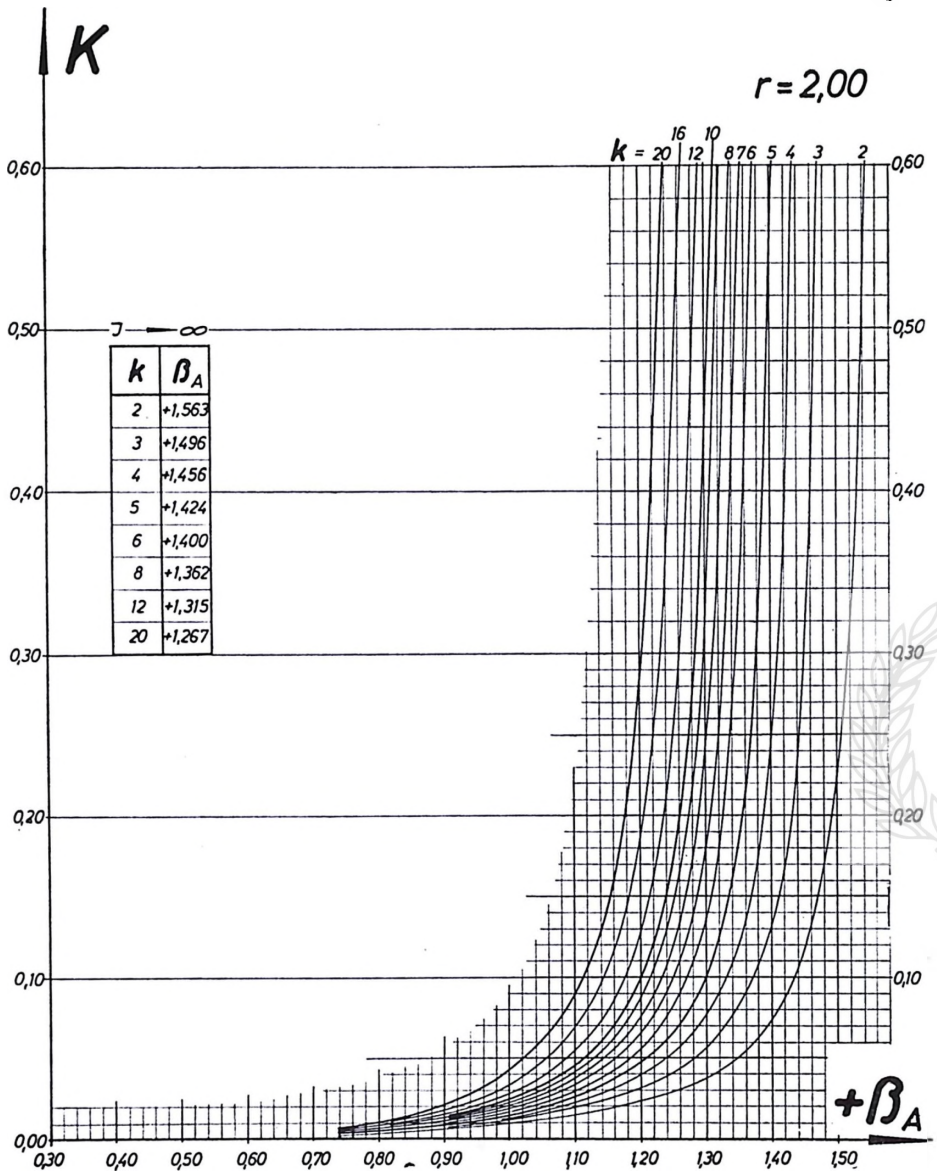


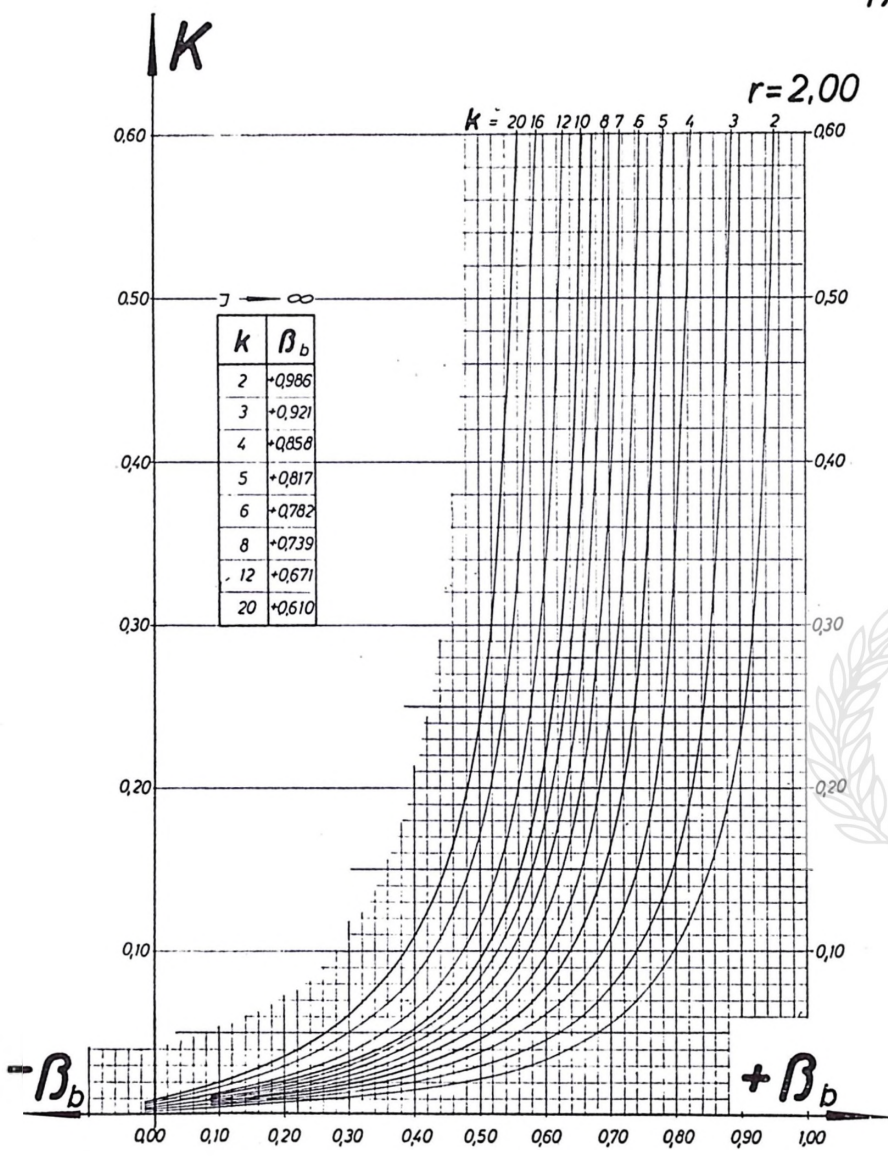


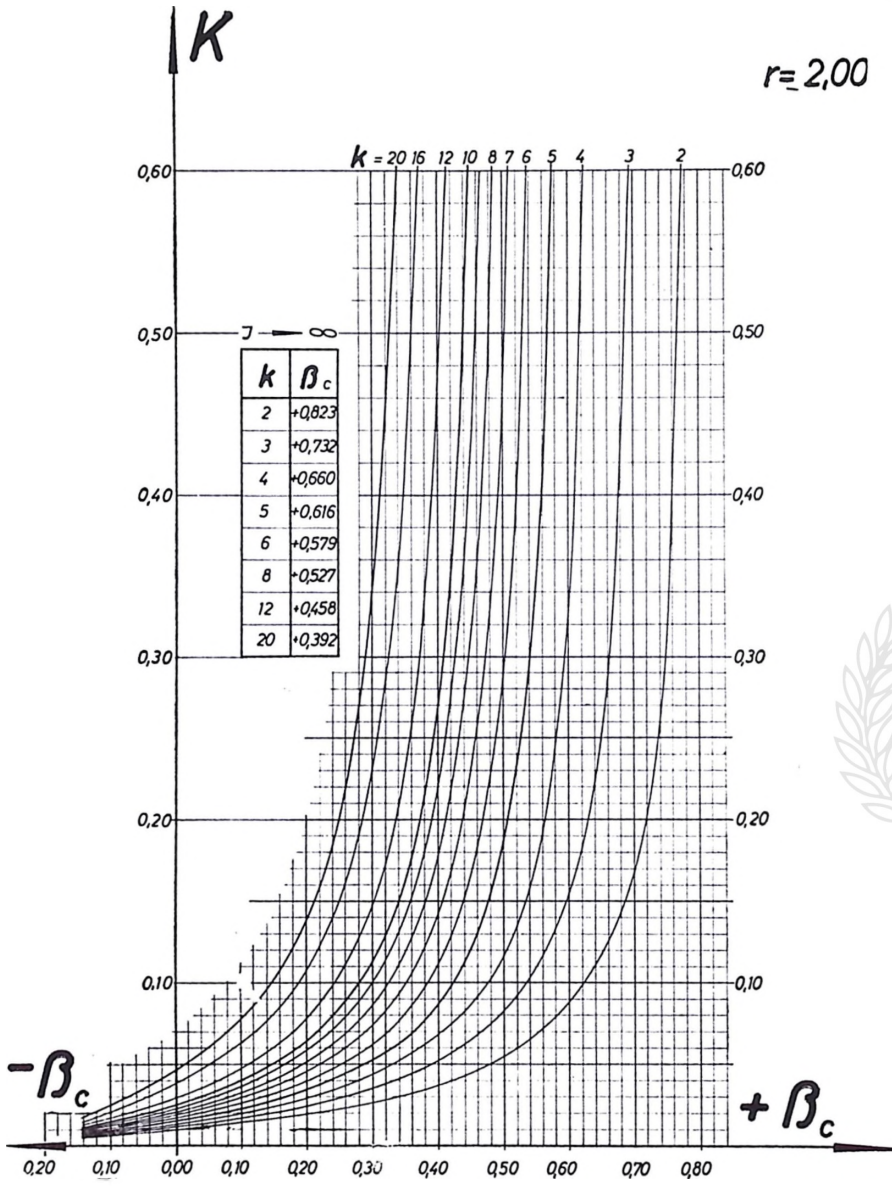


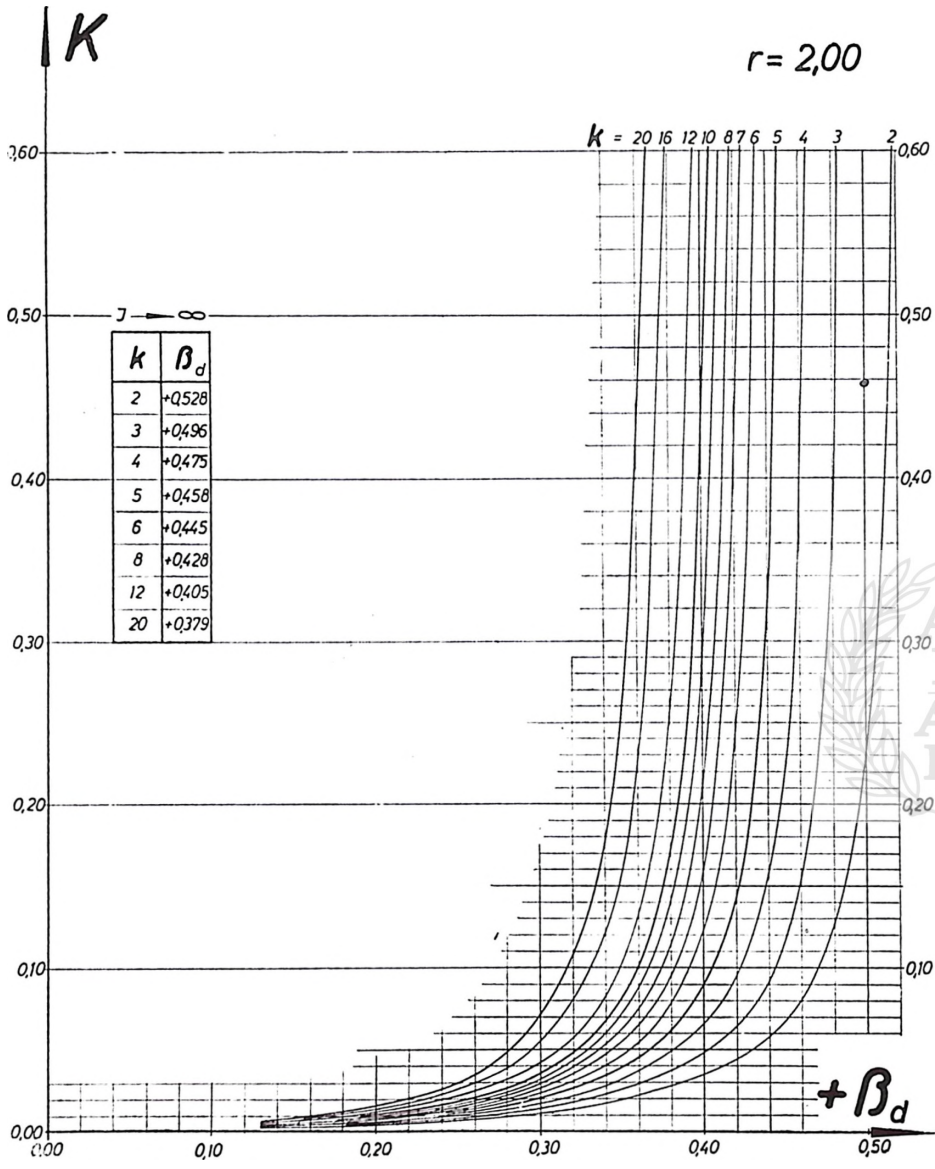


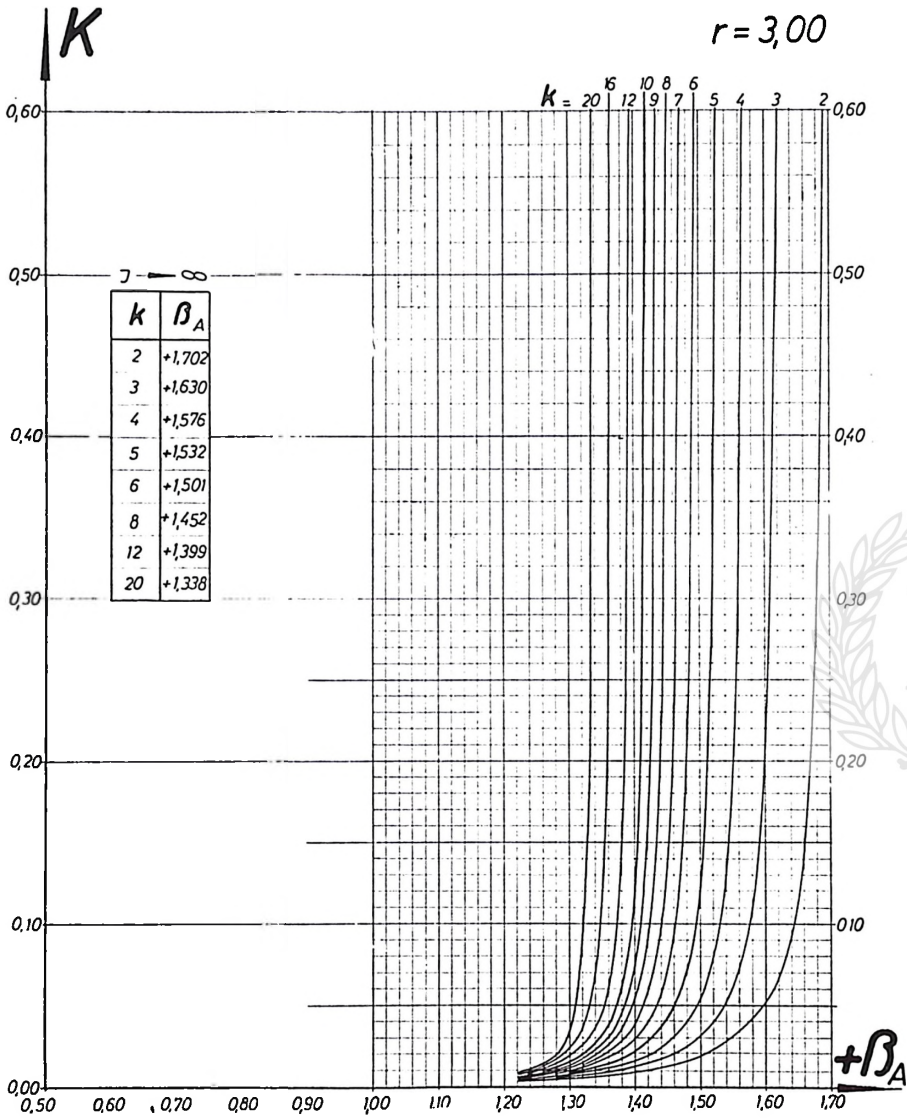




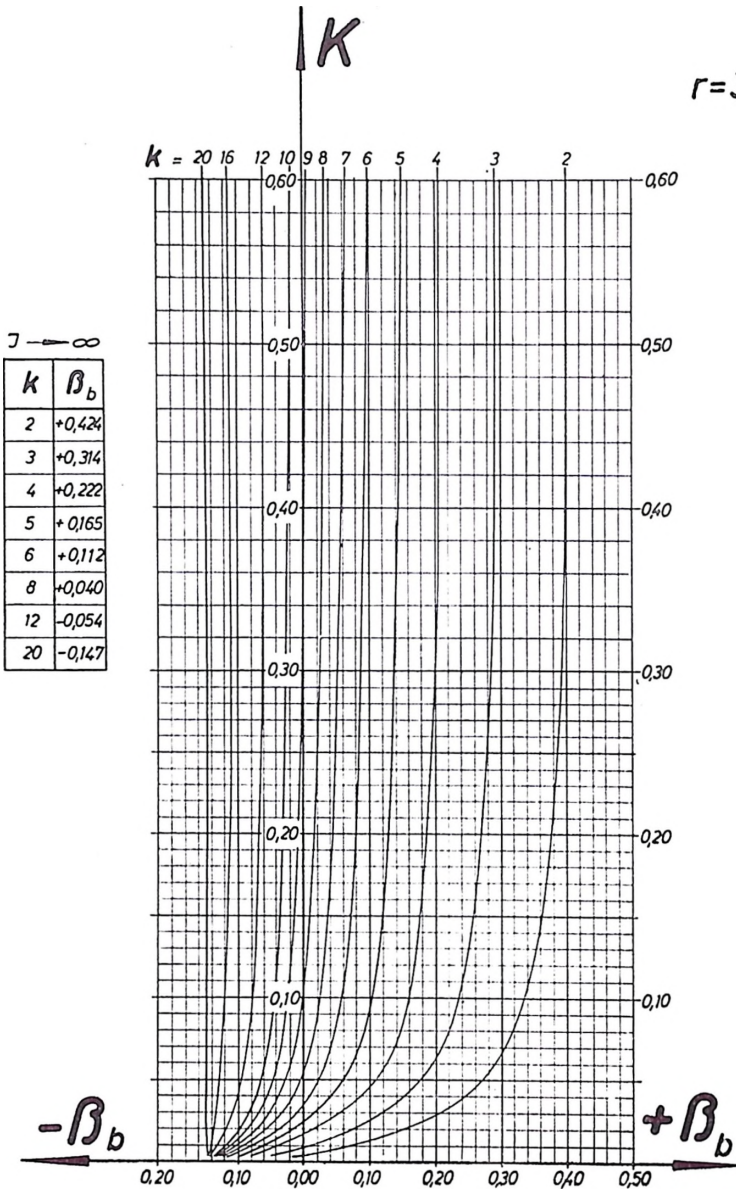


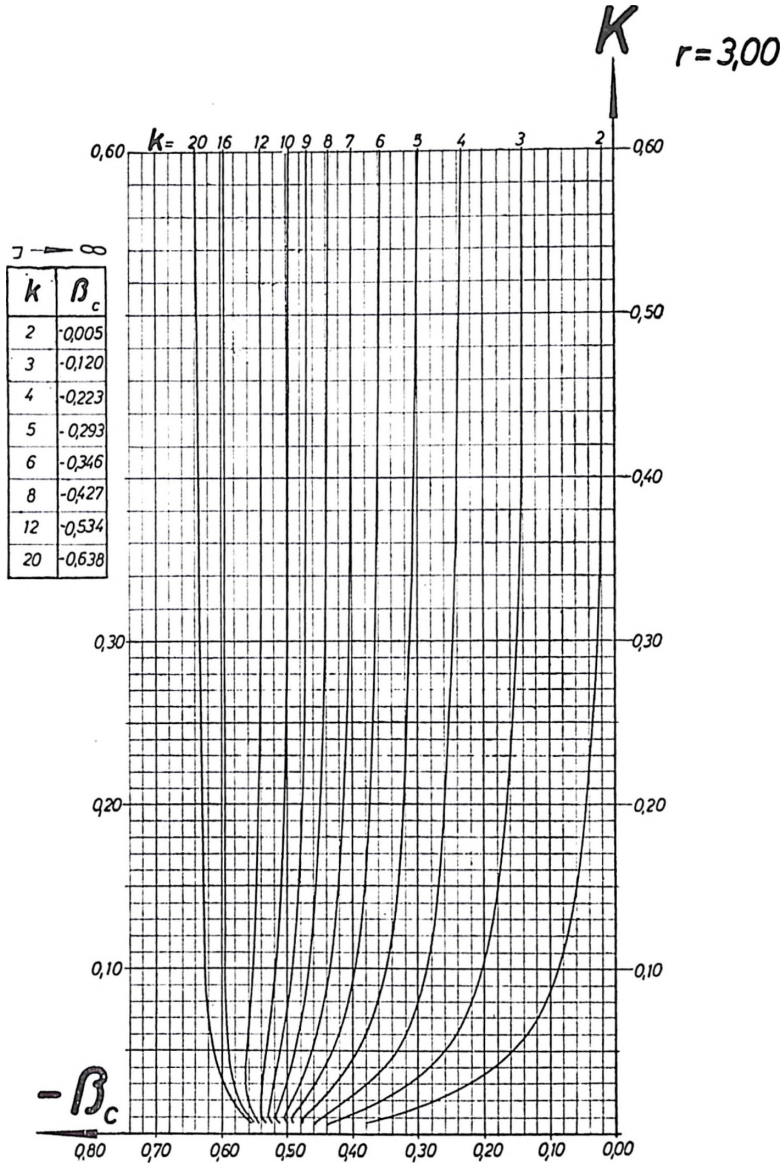


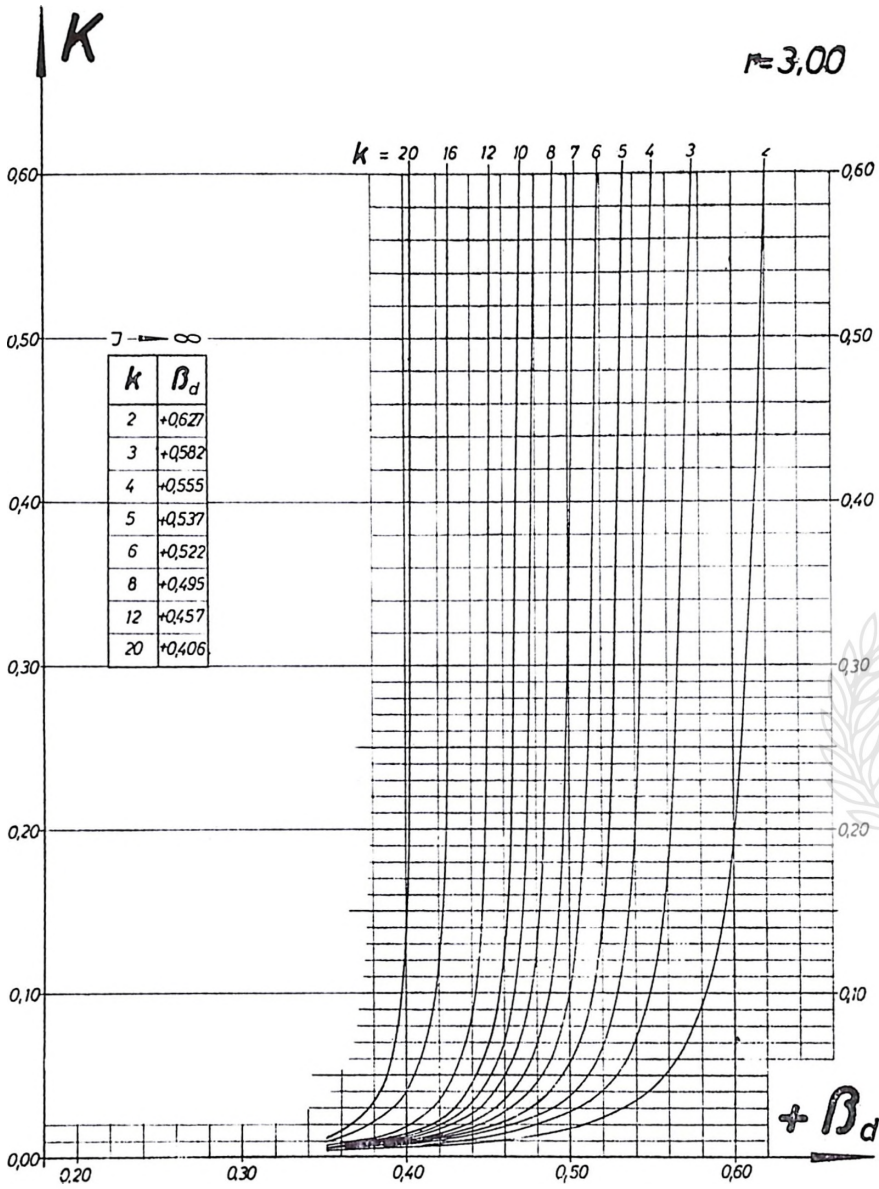


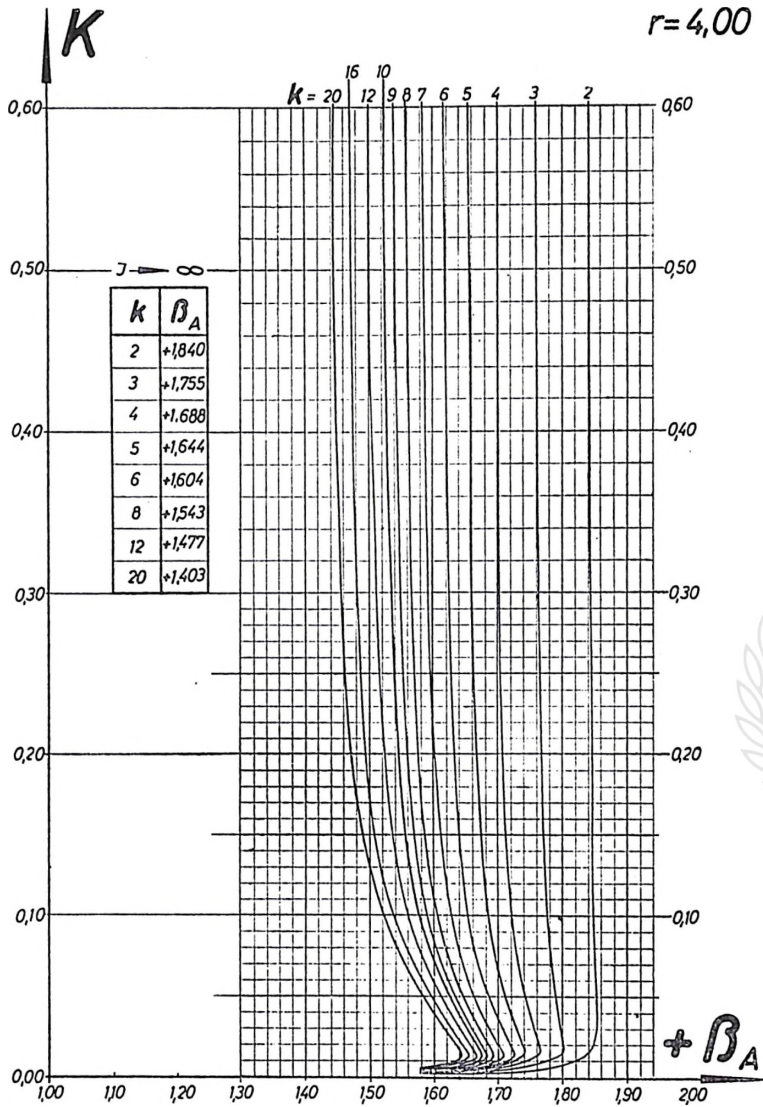


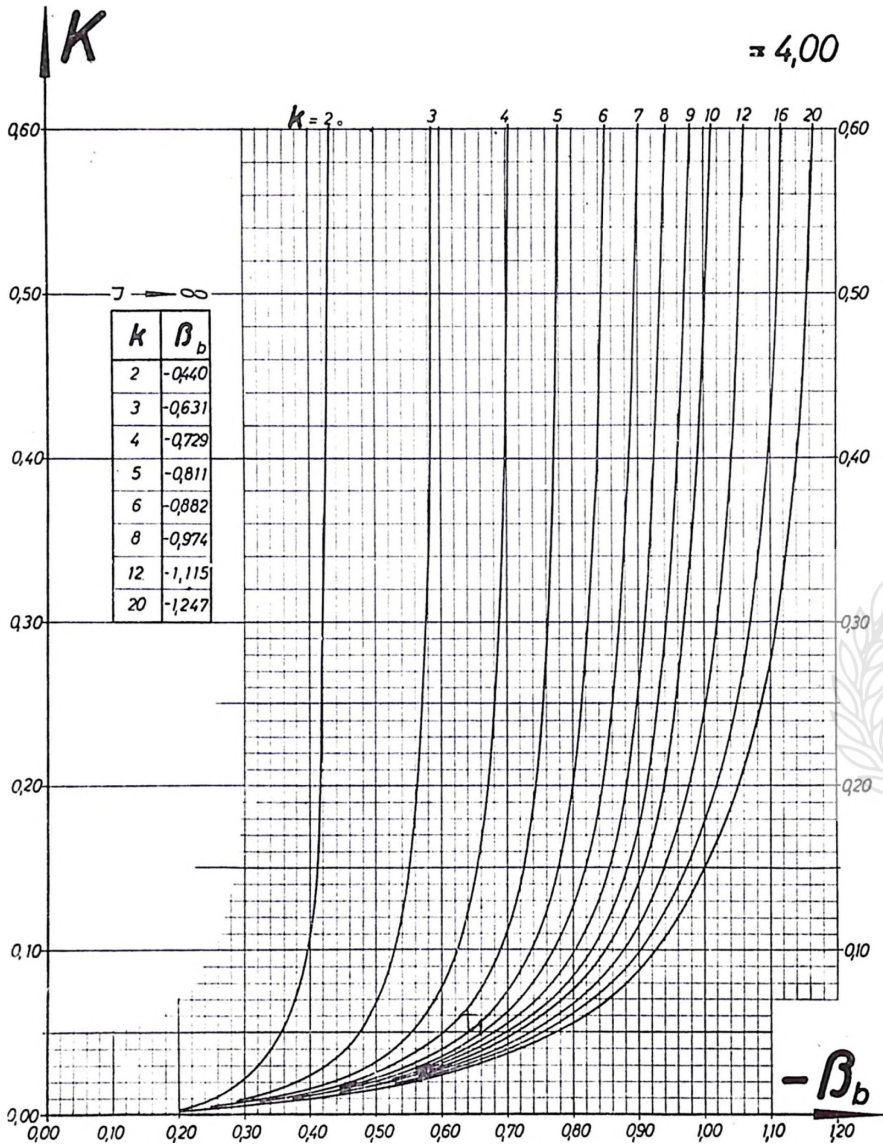
$r=3,00$

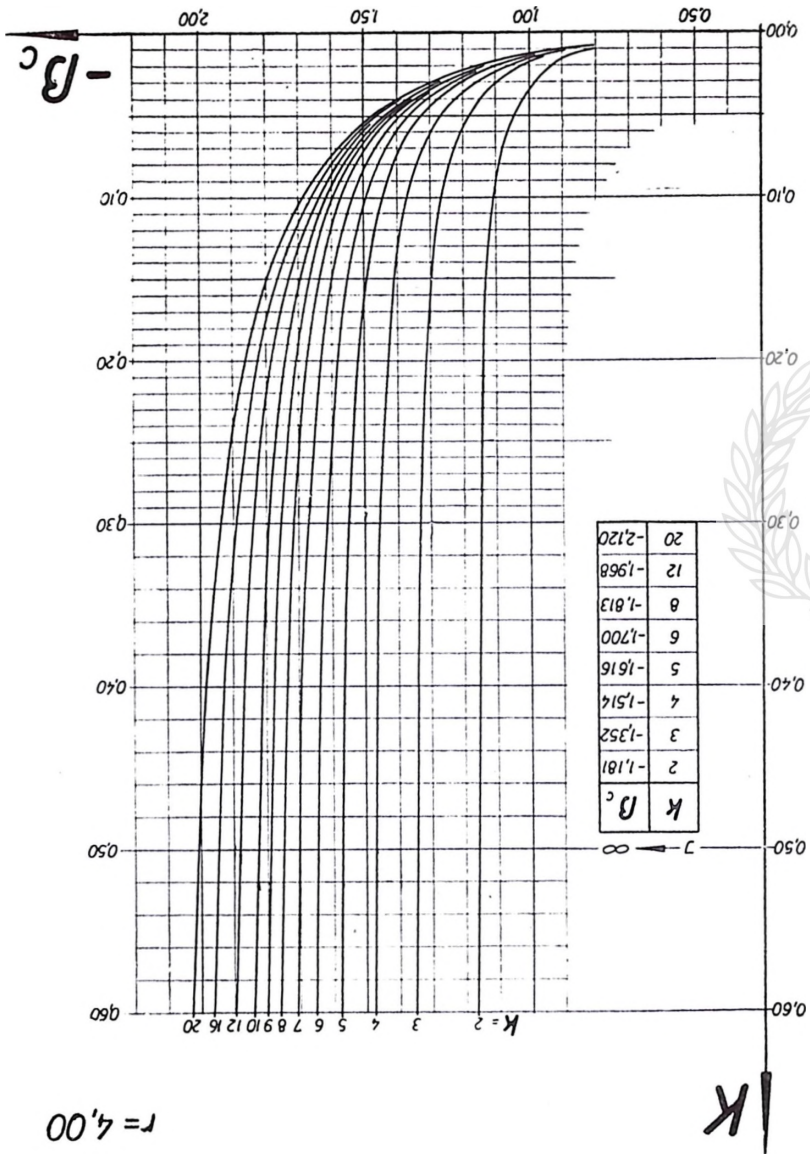




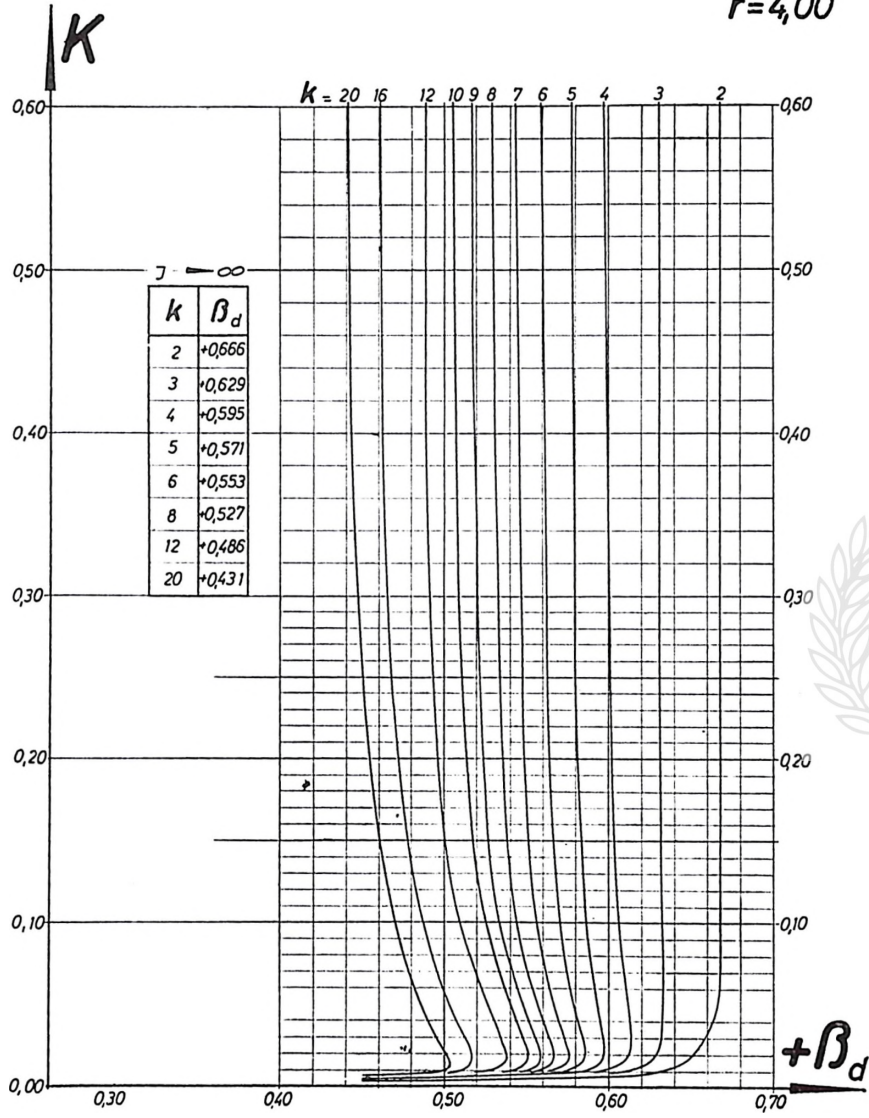


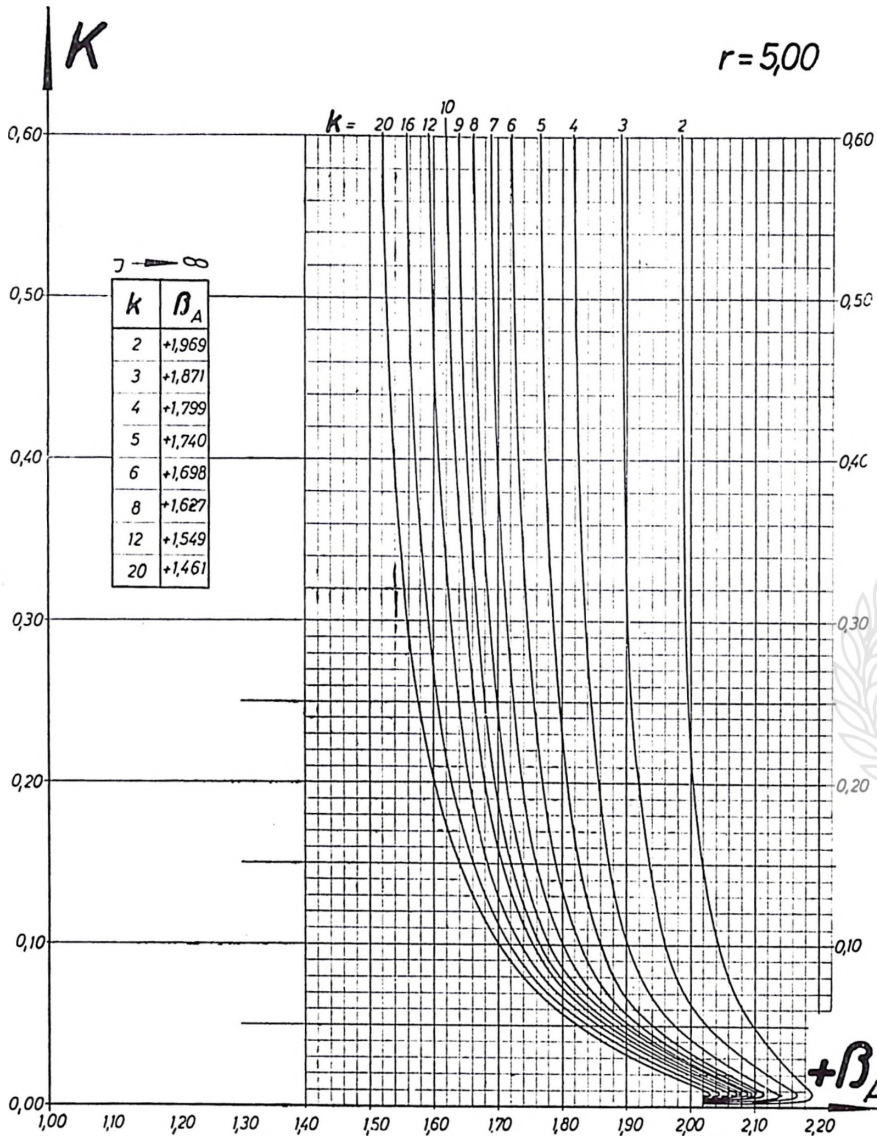


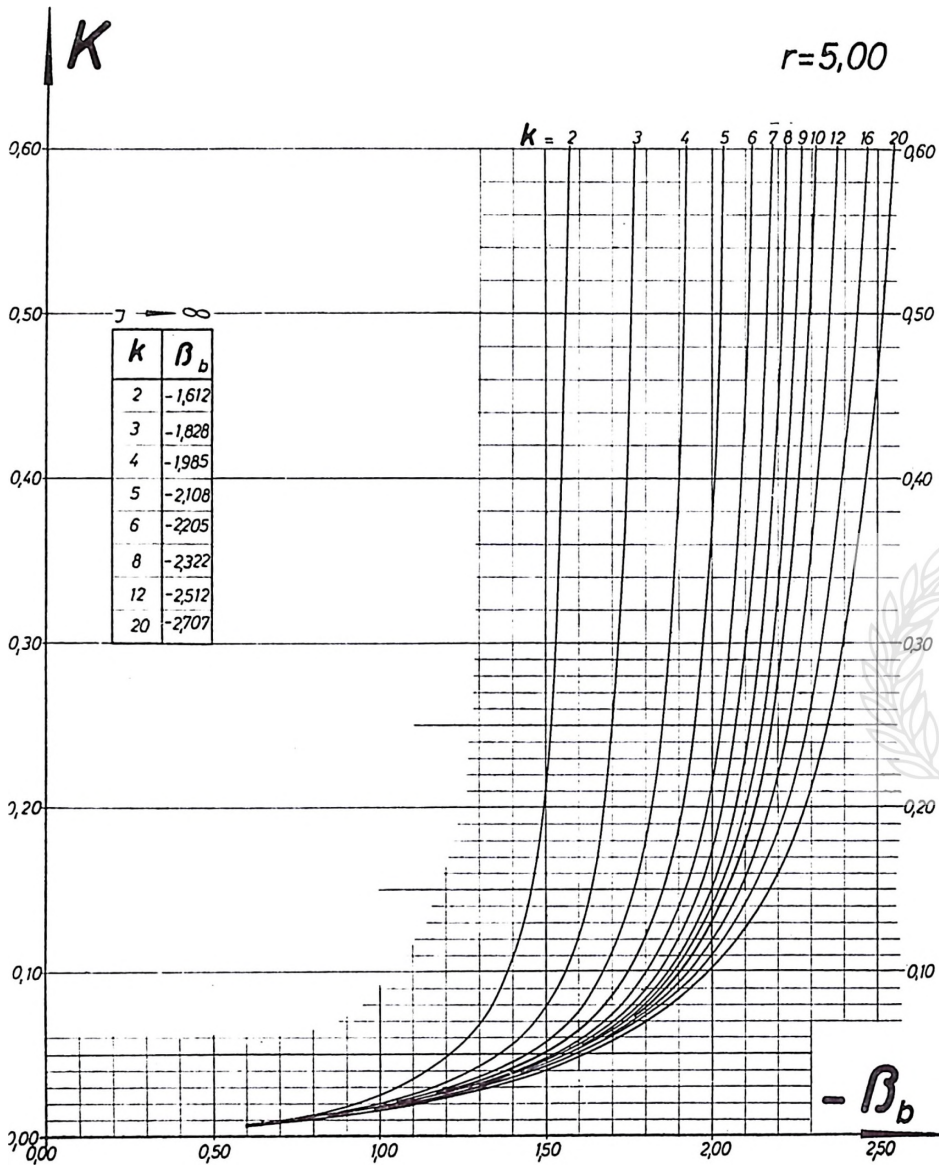


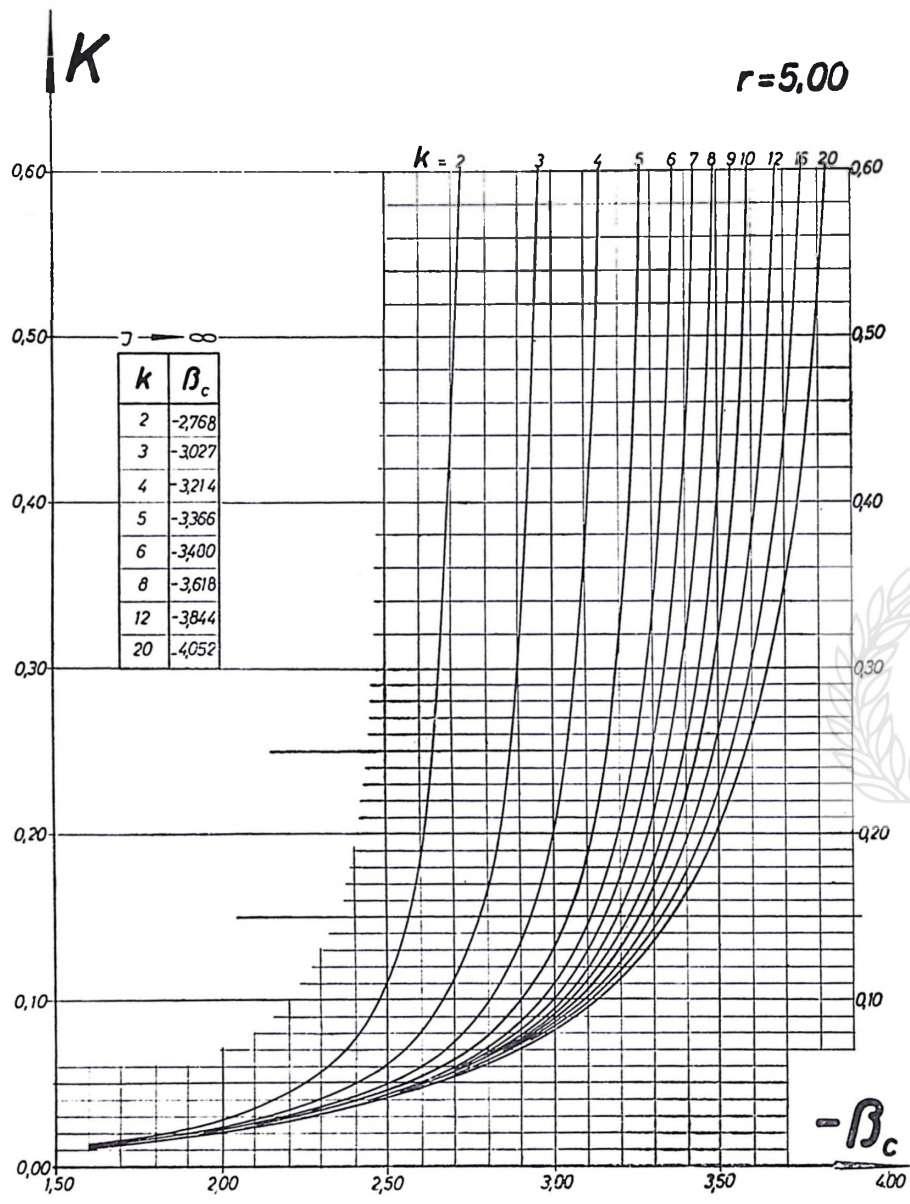


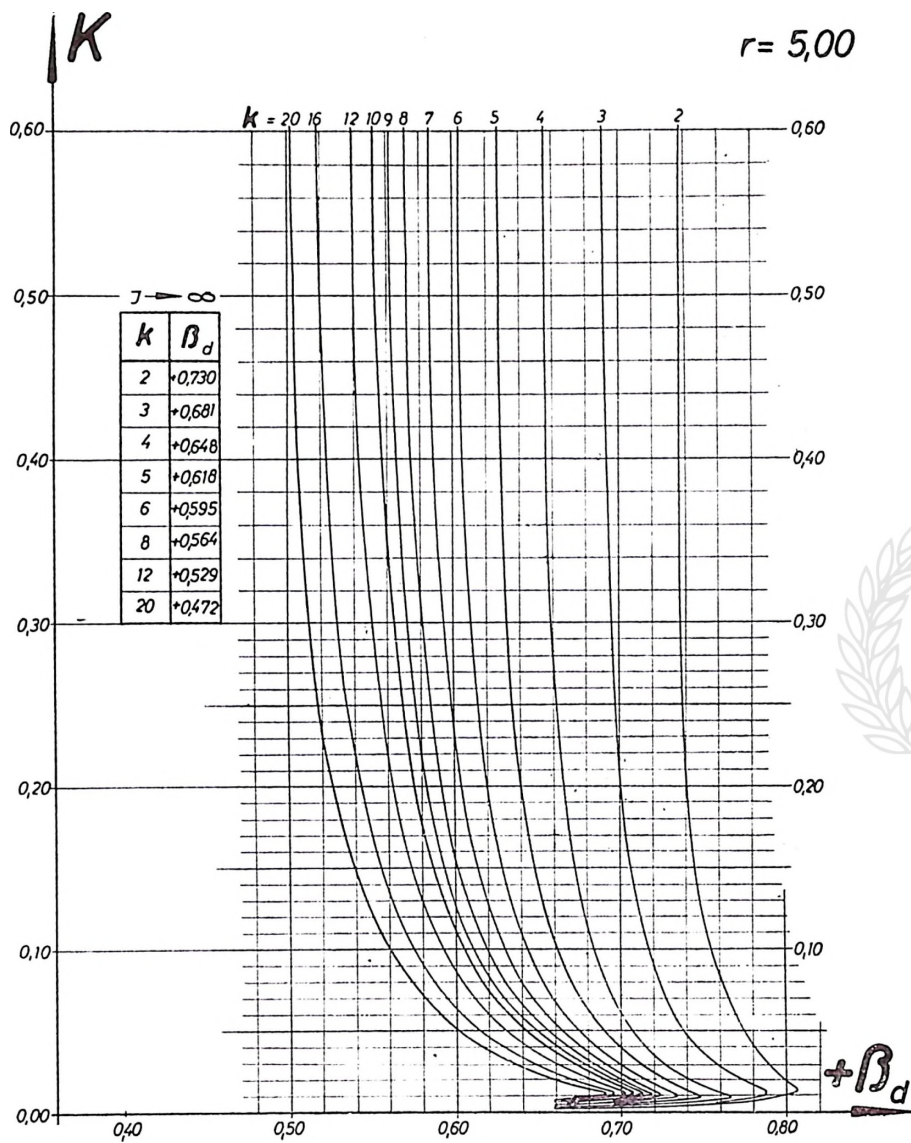
$r=4,00$



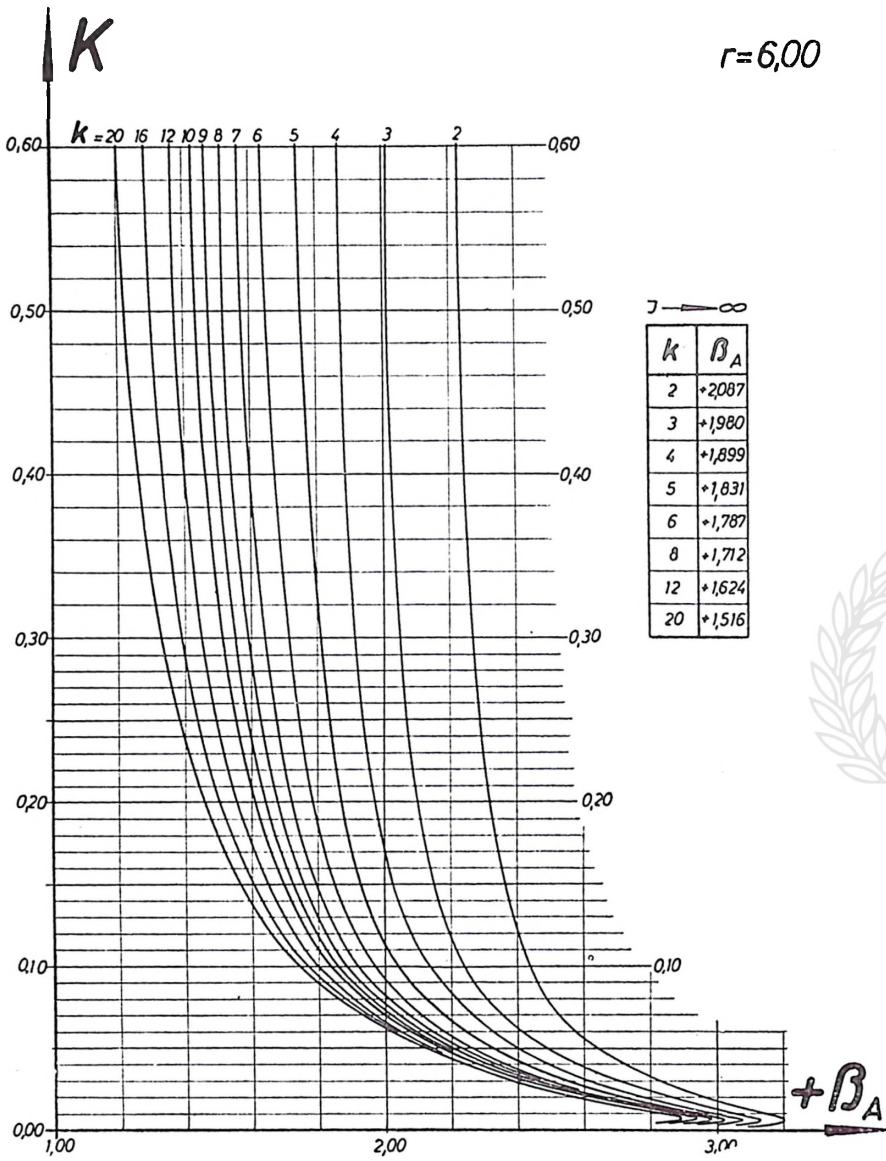


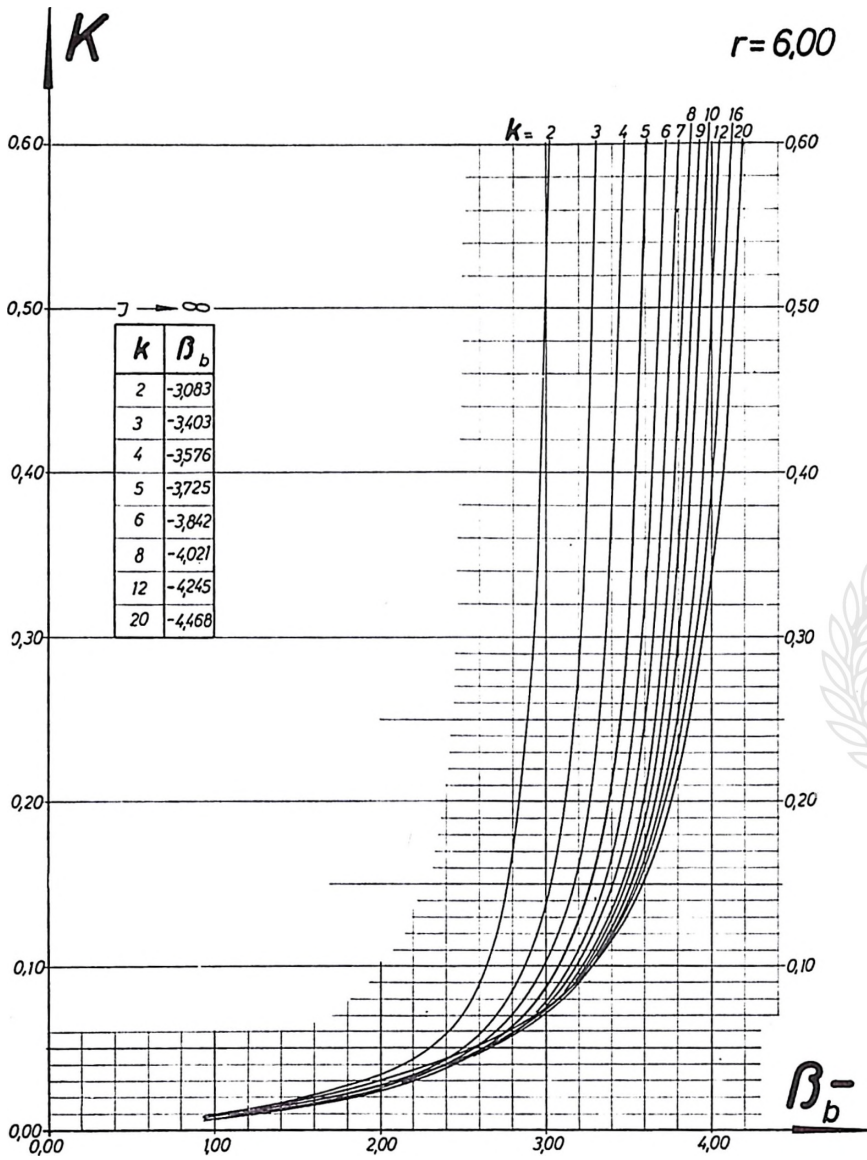


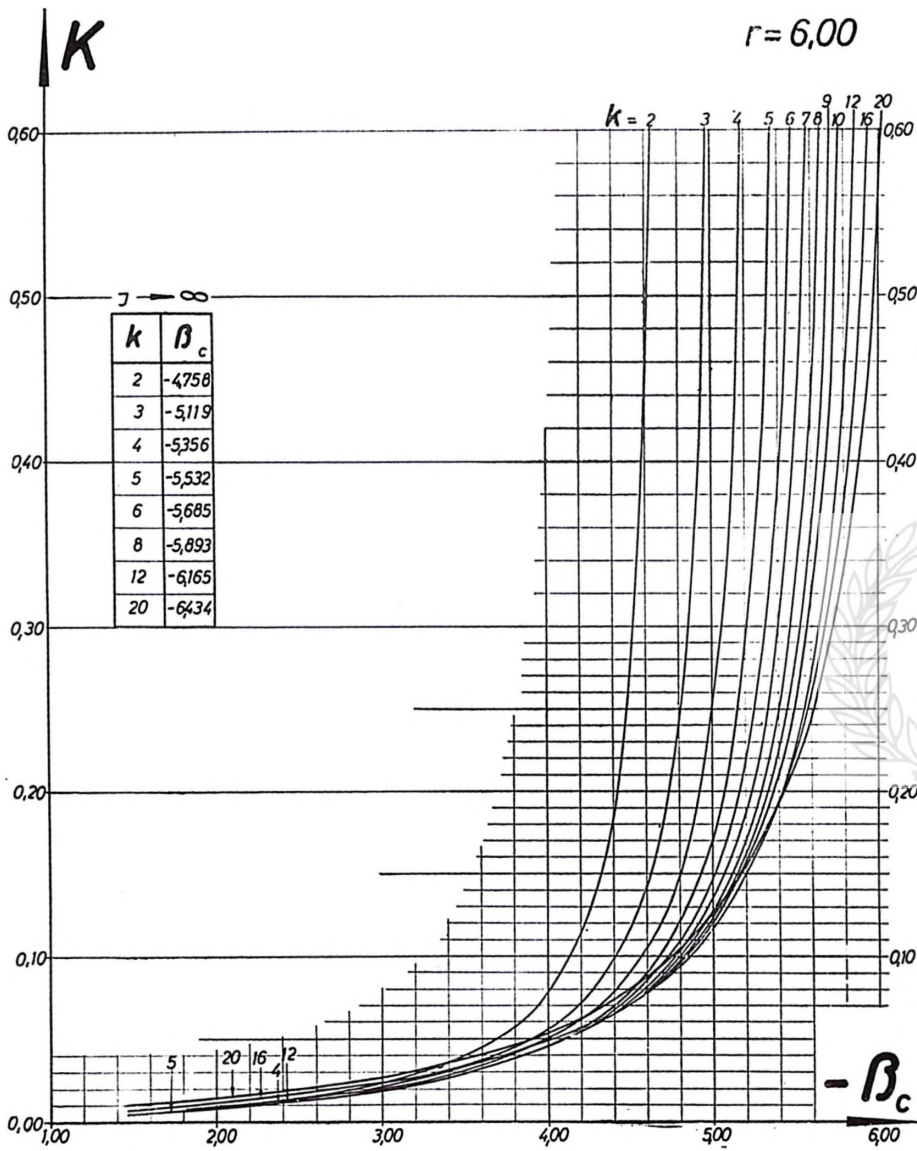


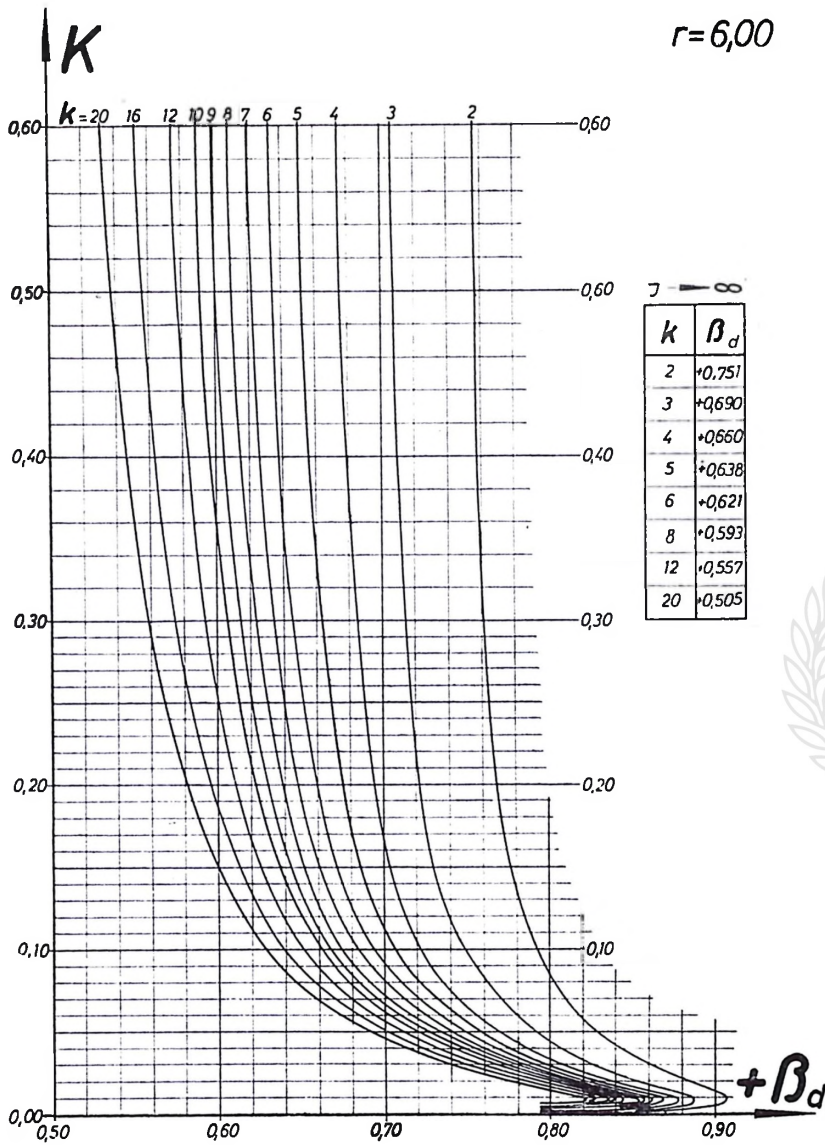


$r=6,00$

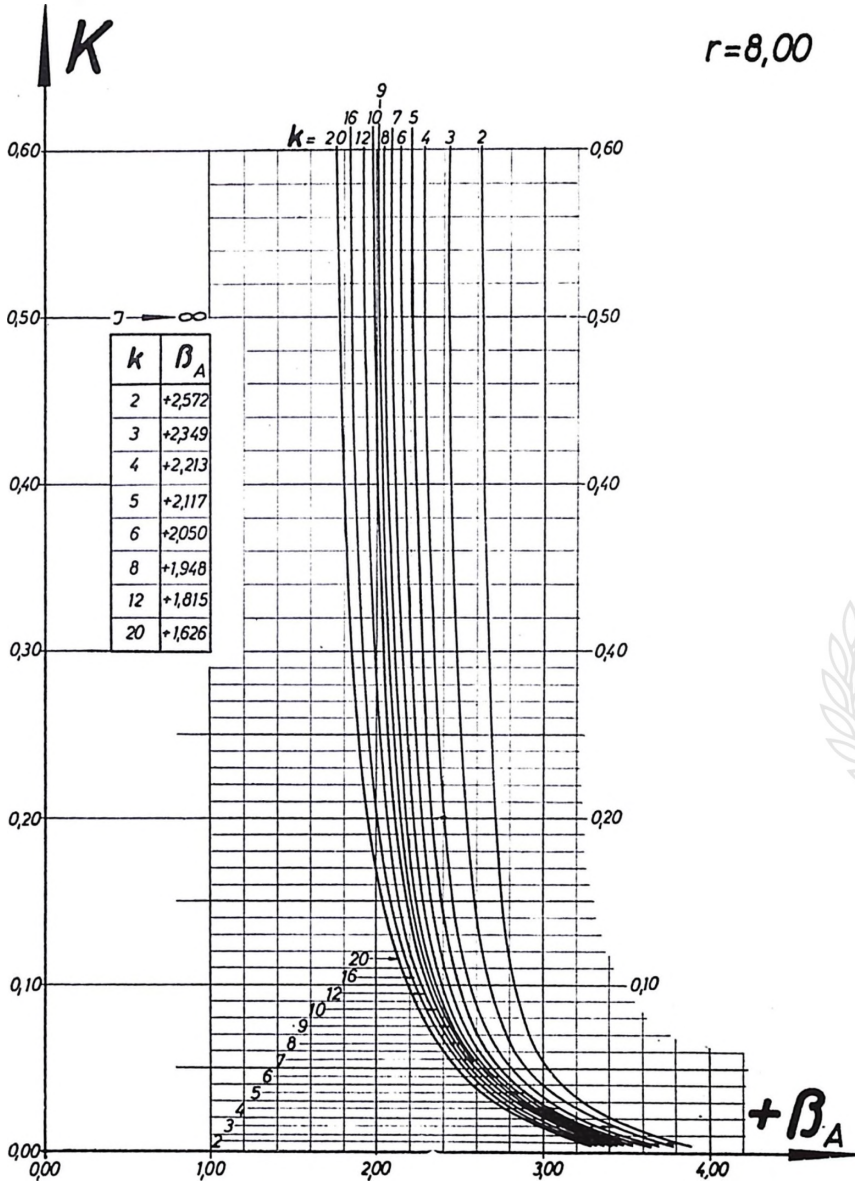




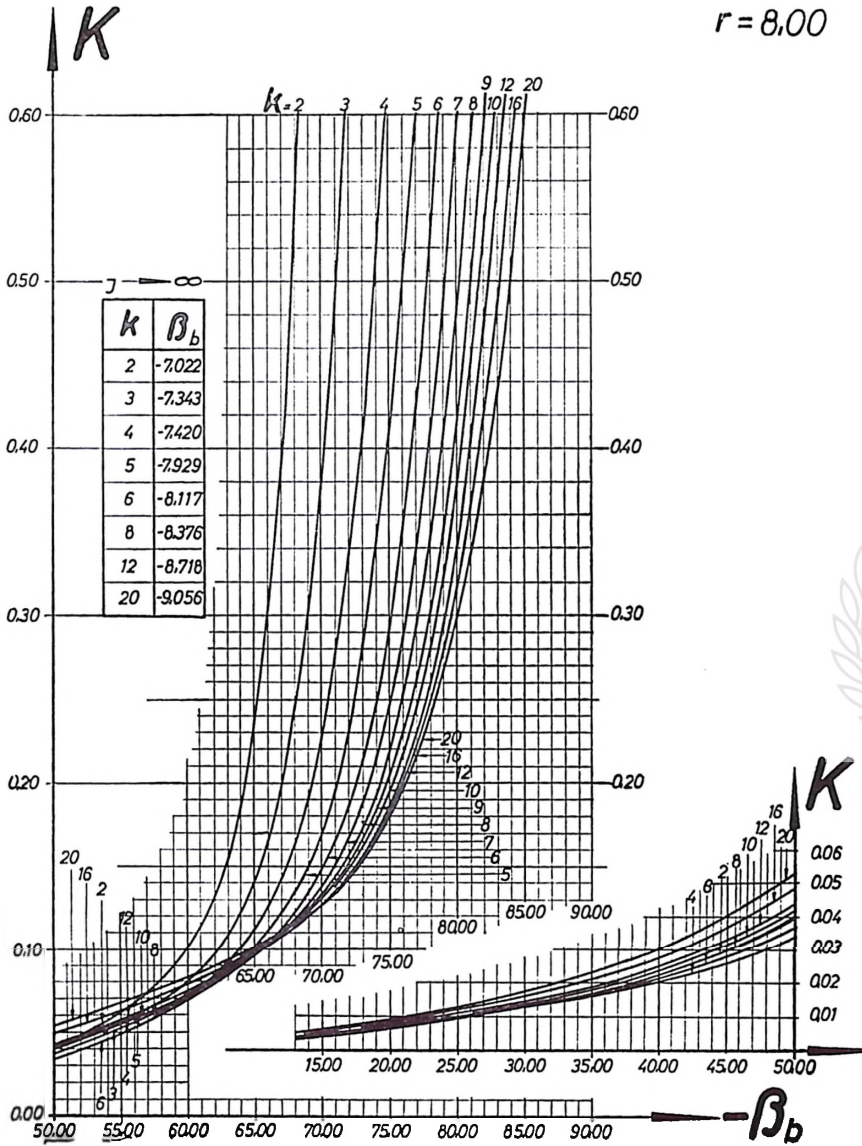




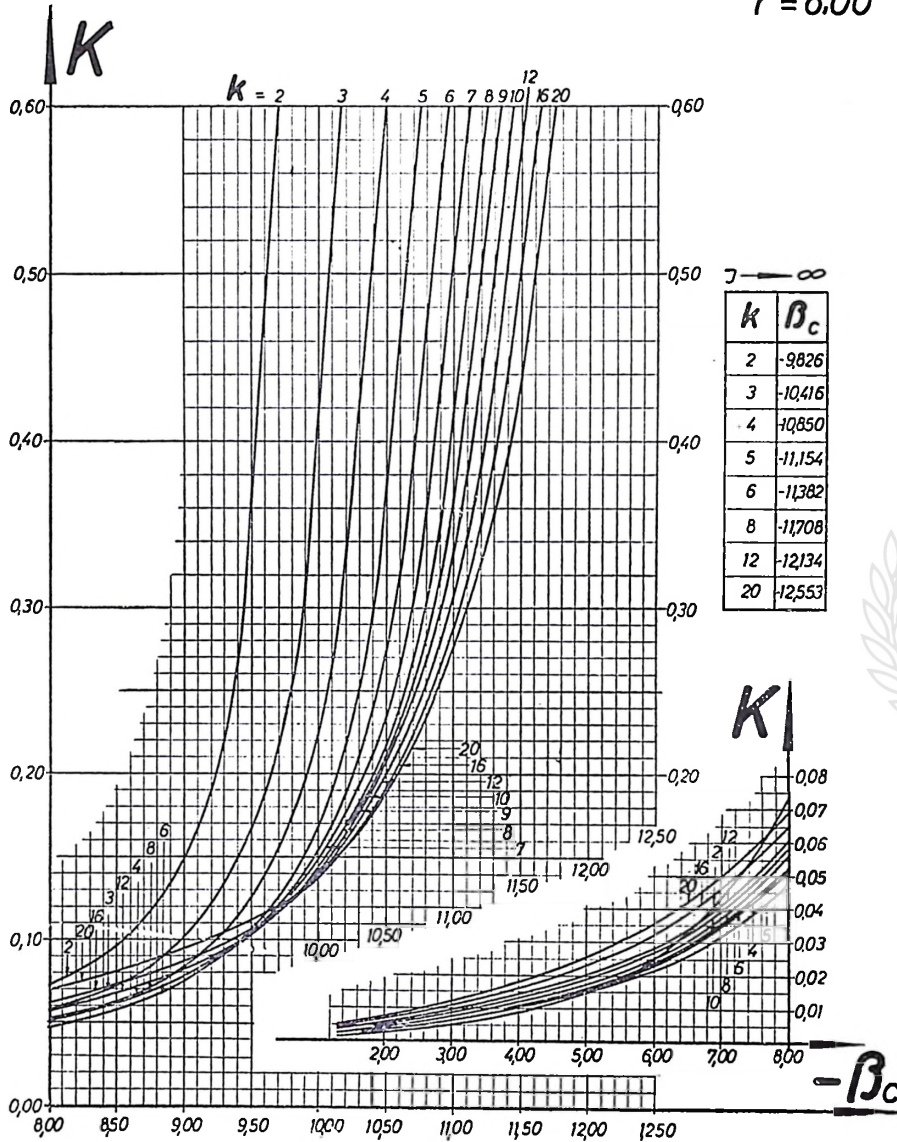
$r=8,00$



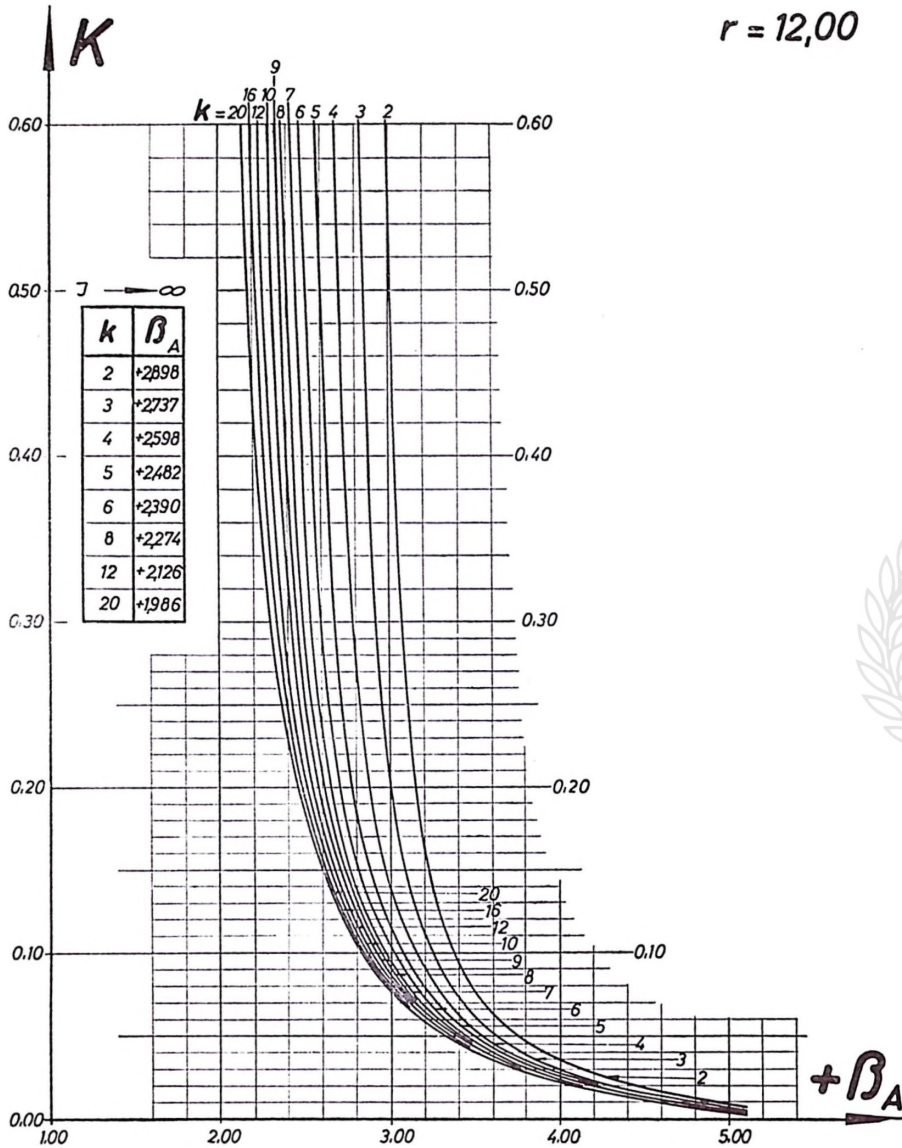
$r = 8,00$

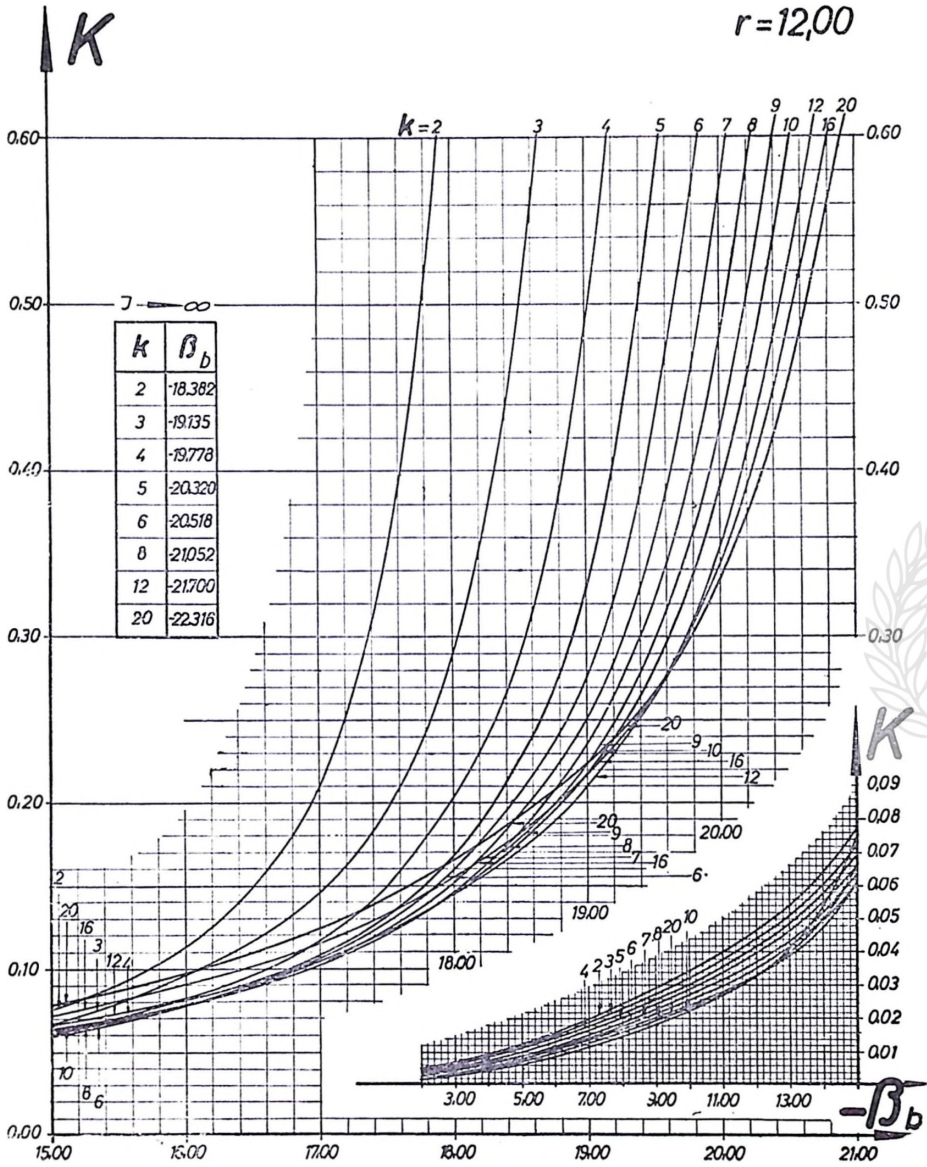


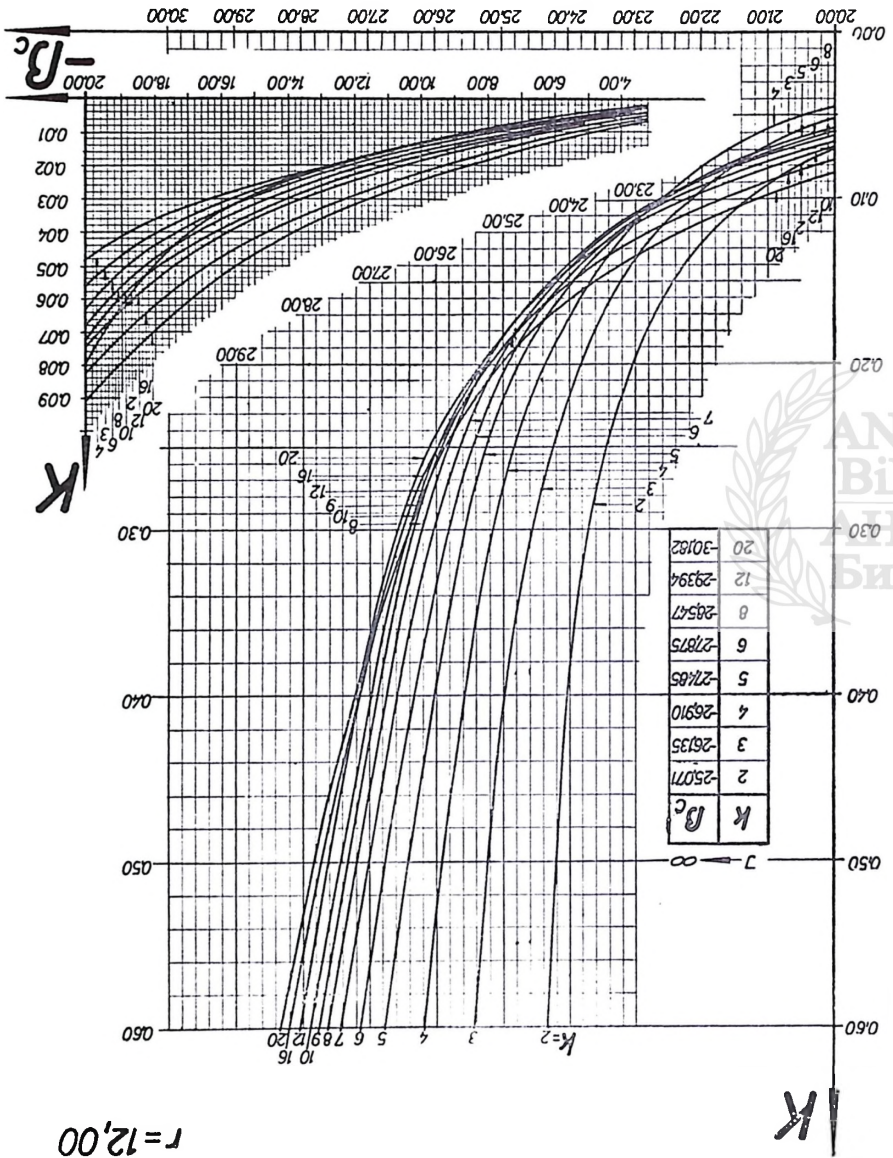
$r = 8.00$



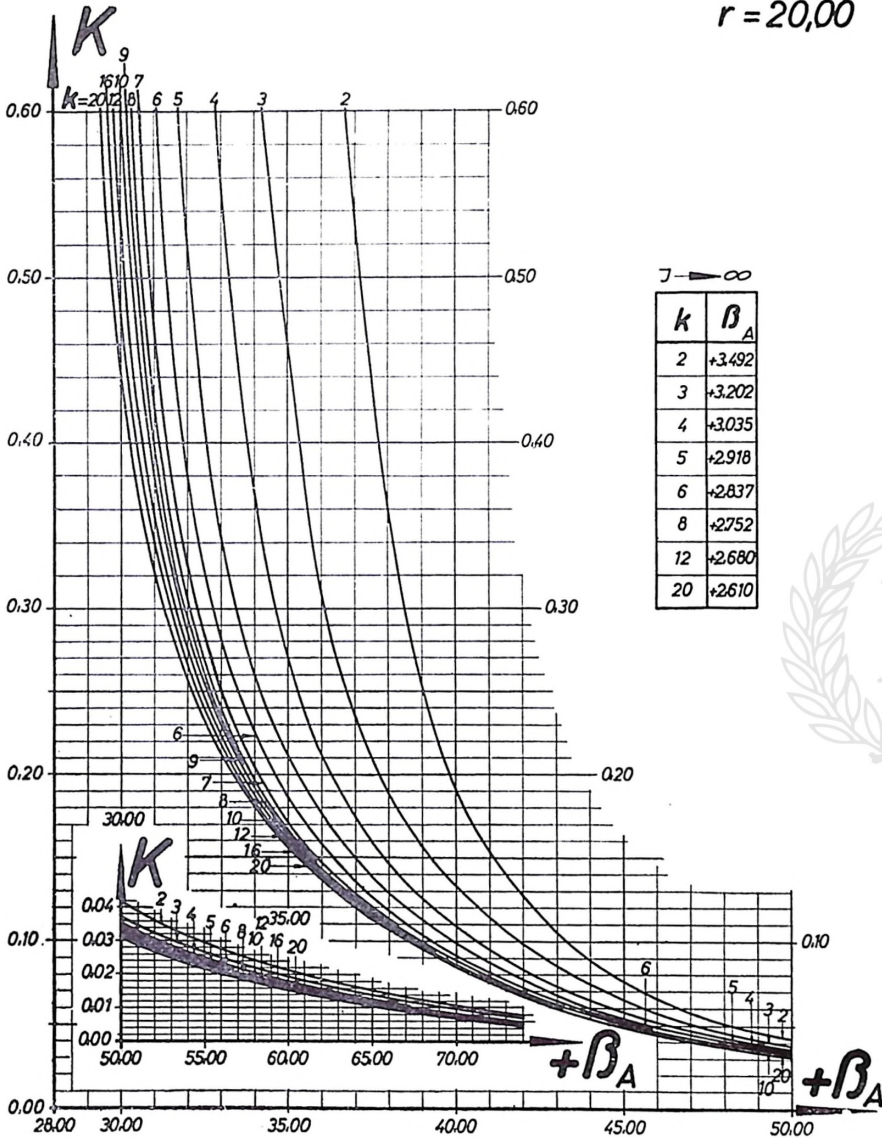
$r = 12,00$

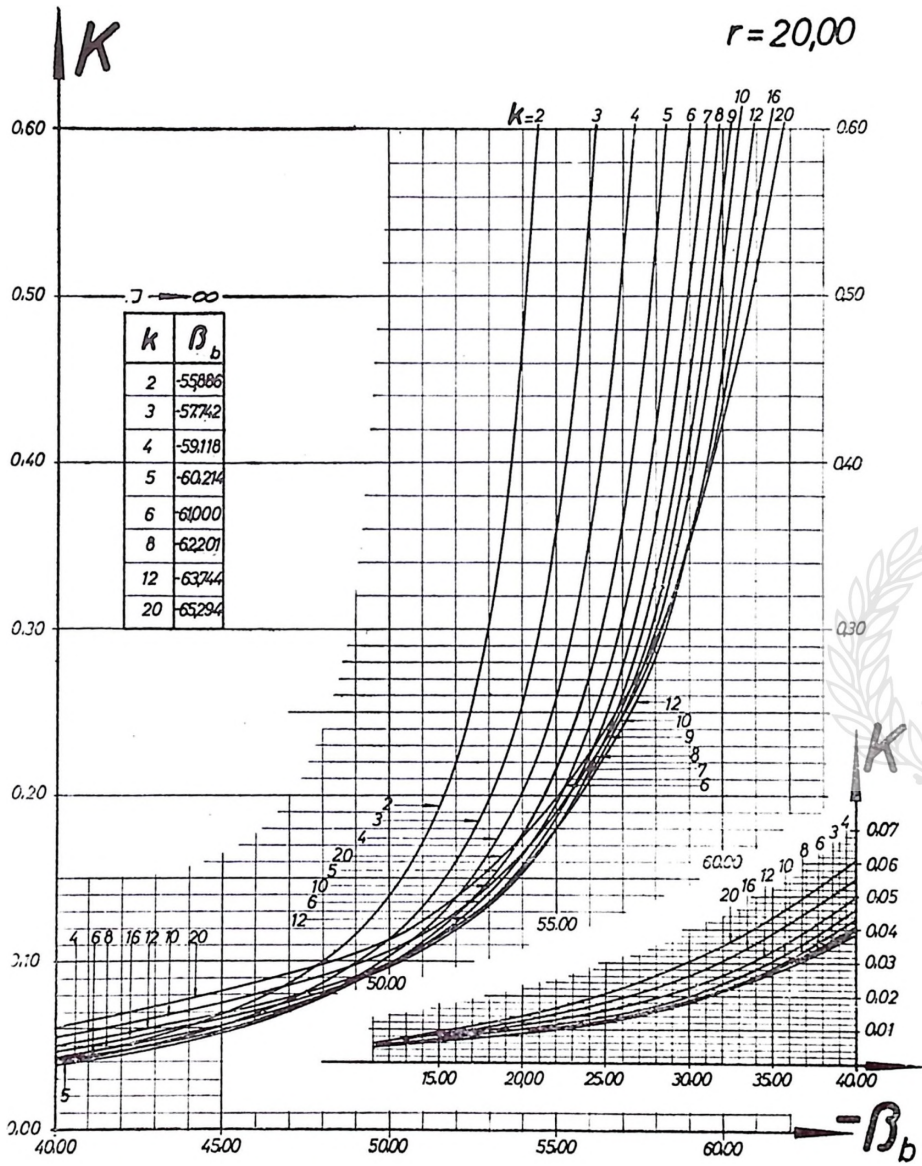


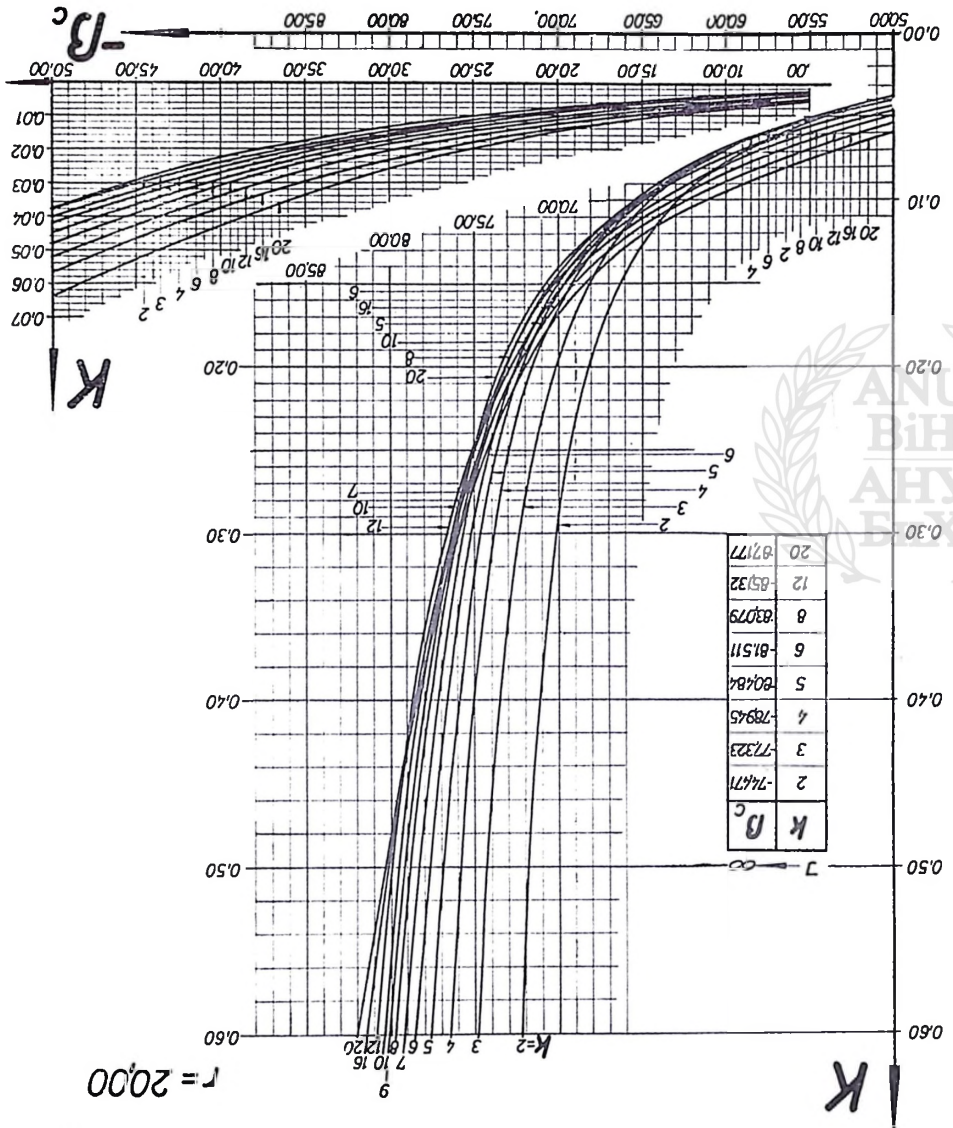




$r = 20,00$







$r = \infty$

